

## 全国 2016 年 4 月高等教育自学考试

## 高等数学(一)试题

课程代码:00020

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

## 一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设  $x > 0$ , 则  $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x} =$

A.  $x^{\frac{1}{6}}$

B.  $x^{-\frac{1}{6}}$

C.  $x^{\frac{5}{6}}$

D.  $x^{-\frac{5}{6}}$

2. 函数  $y = \sqrt{2x+7}$  的定义域是

A.  $[\frac{7}{2}, +\infty)$

B.  $[-\frac{7}{2}, +\infty)$

C.  $(\frac{7}{2}, +\infty)$

D.  $(-\frac{7}{2}, +\infty)$

3. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2, & x \leq 0 \\ e^x - 1, & x > 0 \end{cases}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  为

A. 不存在

B. 0

C. 1

D. 2

4. 当  $x \rightarrow 1$  时, 下列变量为无穷小量的是

A.  $\frac{x}{1-x}$

B.  $\ln(1+x)$

C.  $\cos(1-x)$

D.  $\ln x$

5. 下列说法正确的是

A. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $f(x)$  在该点连续.

B. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续, 则  $f(x)$  在该点可导.

C. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处不可导, 则  $f(x)$  在该点不连续.

D. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处不可导, 则  $f(x)$  在该点极限不存在.

6. 设函数  $y = \ln(2x)$ , 则微分  $dy =$

A.  $\frac{1}{2x} dx$

B.  $\frac{1}{x} dx$

C.  $\frac{1}{2x}$

D.  $\frac{1}{x}$

7. 下列函数在区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调减少的是

A.  $y = e^{-x}$

B.  $y = \sin x$

C.  $y = x^2$

D.  $y = |x|$

8. 已知  $x = \frac{\pi}{2}$  是函数  $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x$  的驻点, 则常数  $a =$

A. -3

B. -2

C. -1

D. 0

9. 微分  $d\left(\int a^{-2x} dx\right) =$

A.  $a^{-2x}$

B.  $a^{-2x} dx$

C.  $-2a^{-2x} \ln a$

D.  $-2a^{-2x} \ln a dx$

10. 设函数  $f(x, y) = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$ , 则偏导数  $\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(1,0)} =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

# 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

## 二、简单计算题(本大题共5小题,每小题4分,共20分)

11. 已知函数  $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , 求复合函数  $f[g(x)]$ .

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{2x}$ .

13. 设函数  $y = \frac{1}{1+x}$ , 求二阶导数  $y''$ .

14. 求曲线  $y = x^2 - x^3$  的凹凸区间.

15. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = (2x-1)(1+y^2)$  的通解.

## 三、计算题(本大题共5小题,每小题5分,共25分)

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \cos x + b, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & x > 0 \end{cases}$  在  $x=0$  点连续, 试确定常数  $a, b$  的值.

17. 设函数  $y = \ln(1+x^2) + (\arctan x)^2$ , 求导数  $y'$ .

18. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2^x + 3^x) - \ln 2}{x}$ .

19. 计算反常积分  $I = \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} dx$ .

20. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 + y^2 - 2x - 2yz = e^z$  所确定的隐函数, 求偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

## 四、综合题(本大题共4小题,共25分)

21. (本小题6分)

某厂生产某产品  $Q$  件时的总成本为  $C(Q) = \frac{1}{9}Q^2 + 3Q + 96$  (百元), 需求函数为  $Q = 81 - 3P$ , 其中  $P$  是产品的价格. 问该厂生产多少件产品时获利最大? 并求取得最大利润时的价格.

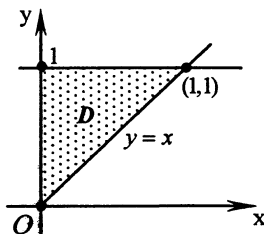
22. (本小题 6 分)

计算定积分  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$ .

23. (本小题 6 分)

计算二重积分  $I = \iint_D (x^2 - 2y) dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $x=0$ ,  $y=1$  及  $y=x$  所围成的

平面区域, 如图所示.



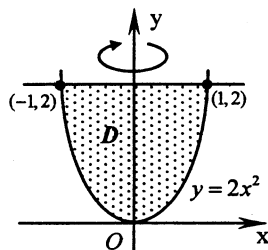
题 23 图

24. (本小题 7 分)

设  $D$  是由曲线  $y=2x^2$  与直线  $y=2$  所围成的平面区域, 如图所示. 求:

(1)  $D$  的面积  $A$ ;

(2)  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所得的旋转体体积  $V_y$ .



题 24 图