

全国 2021 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(一) 试题

课程代码:00020

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}} =$

A. $3^{\frac{4}{3}}$

B. $3^{\frac{2}{3}}$

C. $3^{\frac{2}{3}}$

D. $3^{\frac{4}{3}}$

2. 方程 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$ 的根是

A. $x = -\frac{1}{2}$

B. $x = 0$

C. $x = \frac{1}{2}$

D. $x = 1$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x+2} =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. ∞

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{\sin x}} =$

A. 1

B. e

C. e^2

D. e^3

5. 设函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处的导数 $f'(x_0) = 3$, 则微分 $dy|_{x=x_0} =$

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}dx$

C. 3

D. $3dx$

6. 设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{3x} - 3)$, 则 $f'(0) =$
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
7. 已知生产某产品 q 单位的总收益 $R(q) = 400q - \frac{1}{2}q^2$, 则生产 100 单位的边际收益是
- A. 100 B. 200 C. 300 D. 400
8. 设 $\int_0^x f(t) dt = x \sin x$, 则 $f(x) =$
- A. $\cos x - x \sin x$ B. $\cos x + x \sin x$
 C. $\sin x - x \cos x$ D. $\sin x + x \cos x$
9. 下列反常积分收敛的是
- A. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ B. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$
 C. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ D. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$
10. 设函数 $z = \ln(x^2 + y^2 + 1)$, 则全微分 $dz|_{(1,2)} =$
- A. $\frac{1}{3}(dx + dy)$ B. $\frac{2}{3}(dx + dy)$
 C. $\frac{1}{3}(2dx + dy)$ D. $\frac{1}{3}(dx + 2dy)$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、简单计算题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 1-x, & x < 0 \end{cases}$, 求 $f(-4)$ 及 $f[f(-4)]$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$.

13. 求曲线 $y = x - e^{-x}$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程.

14. 求不定积分 $\int (\sec^2 x + \frac{1}{1+x^2}) dx$.

15. 求微分方程 $xy' - 1 = y^2$ 的通解.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} - 1, & x < 0 \\ 2x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求常数 a 的值.

17. 设函数 $y = f(e^x)e^{f(x)}$ ，其中 $f(x)$ 可导，求 y' 。

18. 求曲线 $y = \frac{x}{x^2 - 9}$ 的水平和铅直渐近线.

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \tan t dt}{x^3}$.

20. 计算定积分 $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$.

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

生产某产品 q 公斤时总成本函数为 $C(q) = 5q + 120$ (万元)，总收益函数

$R(q) = 25q - 0.1q^2$ (万元)，问产销平衡时，生产多少产品可获最大利润？

最大利润是多少？

22. (本小题 6 分)

计算定积分 $I = \int_0^4 \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} dx$.

23. (本小题 6 分)

设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\cos(x + y) - xyz + e^z = 0$ 所确定的隐函数，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$.

24. (本小题 7 分)

计算二重积分 $I = \iint_D x(e^y + 1) dx dy$ ，其中 D 是由 x 轴， $x=1$ 及

$y = x^2$ 所围成的平面区域，如图所示.

