

2022 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(一) 试题

课程代码:00020

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 函数 $y = \sqrt{x^2 + x - 6}$ 的定义域是
A. $(-\infty, -3)$ B. $[-3, 2]$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$
2. 下列各对函数中互为反函数的是
A. $y = e^x, y = e^{-x}$ B. $y = 2x - 1, y = \frac{1}{2}(x + 1)$
C. $y = \tan x, y = \cot x$ D. $y = \log_2 x, y = \log_{\frac{1}{2}} x$
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量中与 $\tan(x^2)$ 等价的无穷小量是
A. x B. $2x$
C. x^2 D. $2x^2$
4. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x}-1} =$
A. 0 B. 1
C. 2 D. ∞

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、简单计算题:本大题共5小题,每小题4分,共20分。

11. 求椭圆 $2x^2 + y^2 = 1$ 与直线 $y = x$ 的交点坐标.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 3x - 10}$.

13. 设某公司销售某产品 q (吨) 时的收益函数 $R(q) = 40q - q^2$ (万元), 求 $q = 10$ (吨) 时的边际收益.

14. 求曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + 1$ 的拐点.

15. 求不定积分 $\int \cot 2x \, dx$.

三、计算题:本大题共5小题,每小题5分,共25分。

16. 确定常数 a 的值, 使得函数 $f(x) = \begin{cases} 3(1-x)^{\frac{2}{3}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

17. 求函数 $y = \cos(\arctan \sqrt{x})$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

18. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2+x)}{\ln(3+x^2)}$.

19. 计算定积分 $I = \int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} \, dx$.

20. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 - z^2 + \ln \frac{y}{z} = 0$ 所确定的隐函数, 求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

四、综合题:本大题共4小题,共25分。

21. (本小题6分)

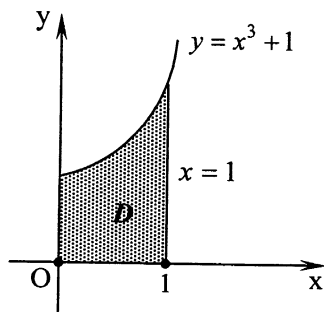
求微分方程 $2x(y+1) \, dx + \sqrt{1-x^2} \, dy = 0$ 的通解.

22. (本小题 6 分)

设 D 是由曲线 $y = x^3 + 1$ 与直线 $x = 1, x = 0$ 及 x 轴所围成的平面图形, 如图所示. 求:

(1) D 的面积 A ;

(2) D 绕 x 轴旋转一周的旋转体体积 V_x .

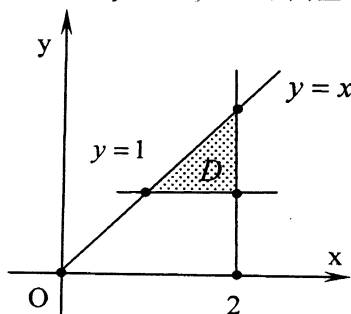


题 22 图

23. (本小题 6 分)

计算二重积分 $I = \iint_D \frac{1}{xy} dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = x, x = 2$ 及 $y = 1$ 围成的平面区域,

如图所示.



题 23 图

24. (本小题 7 分)

设某厂生产某种产品 x (单位) 时的边际成本 $C'(x) = 4 + \frac{x}{2}$ (万元/单位), 固定成本为 36 (万元). 求:

(1) 平均成本函数 $\bar{C}(x)$;

(2) 产量为多少时平均成本最低?