

2023 年 4 月高等教育自学考试

高等数学(一) 试题

课程代码:00020

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1.  $\ln\sqrt{3} =$

A.  $\frac{\ln 2}{3}$

B.  $\frac{\ln 3}{2}$

C.  $3\ln 2$

D.  $2\ln 3$

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f\left(\frac{1}{4}\right) =$

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D.  $\frac{5}{4}$

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} =$

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{3}{2}$

4. 函数  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  在点  $x = 0$  处
- A. 无定义但有极限  
B. 无定义且无极限  
C. 有定义但无极限  
D. 有定义且有极限
5. 已知某产品产量为  $q$  时的总成本  $C(q) = 1500 + \frac{1}{1200} q^2$ , 则  $q = 900$  时的边际成本为
- A. 0  
B. 0.5  
C. 1  
D. 1.5
6. 设  $f(0) = 0$  且  $f'(0) = 1$ , 则极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} =$
- A. 0  
B.  $\frac{1}{3}$   
C. 1  
D. 3
7. 函数  $f(x) = (x-1)^4$  在区间  $[1, +\infty)$  内
- A. 单调减少  
B. 单调增加  
C. 不增不减  
D. 有增有减
8. 设  $\int f(x) dx = e^{\sin x} + C$ , 则  $f(x) =$
- A.  $-e^{\sin x} \cos x$   
B.  $e^{\sin x} \cos x$   
C.  $-e^{\sin x}$   
D.  $e^{\sin x}$
9. 反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$
- A. -1  
B. 0  
C. 1  
D.  $+\infty$
10. 下列各点中是函数  $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$  驻点的为
- A. (2,2)  
B. (1,1)  
C. (1,0)  
D. (0,1)

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、简单计算题:本大题共5小题,每小题4分,共20分。

11. 设函数  $f(x) = \lg 5$ , 求  $f(x+1) - f(x+2)$ .

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+2} \right)^{x+1}$ .

13. 设函数  $y = \sqrt{1-x^2}$ , 求微分  $dy$ .

14. 求不定积分  $\int \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx$ .

15. 计算定积分  $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$ .

三、计算题:本大题共5小题,每小题5分,共25分。

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \tan x, & x > 0 \\ 3x, & x = 0 \\ a + 2x^2, & x \leq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 求常数  $a$ .

17. 设函数  $y = (1+x) \arctan \sqrt{x}$ , 求二阶导数  $y''$ .

18. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x \cos x}$ .

19. 设连续函数  $y(x)$  满足  $y(x) = \int_0^x y(t) dt + e^x$ , 求  $y(x)$  所满足的微分方程, 并求其通解.

20. 设函数  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$  所确定的隐函数, 求偏导数

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}.$$

四、综合题:本大题共4小题,共25分。

21. (本小题6分)

求曲线  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$  的水平及铅直渐近线.

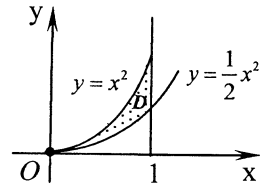
22. (本小题 6 分)

设平面区域  $D$  由曲线  $y = x^2$  与  $y = \frac{1}{2}x^2$  及直线  $x = 1$

所围成. 求:

(1)  $D$  的面积  $A$ ;

(2)  $D$  绕  $x$  轴一周的旋转体体积  $V_x$ .

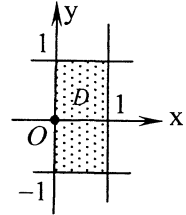


题 22 图

23. (本小题 6 分)

计算二重积分  $I = \iint_D (x^3 + y^3) dx dy$ , 其中  $D$  是由直线

$x = 1$ ,  $y = -1$ ,  $y = 1$  及  $y$  轴所围成的平面区域.



题 23 图

24. (本小题 7 分)

已知某产品产量  $Q$  吨时的边际成本为  $C'(Q) = \frac{Q}{2} + 3$  (万元/吨), 固定成本为

400 (万元).

(1) 求平均成本函数  $\bar{C}(Q)$ ;

(2) 问产量为多少时平均成本最小? 并求最小平均成本.