

# 2023 年 4 月高等教育自学考试

## 高等数学(工专)试题

课程代码:00022

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

### 选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列函数中,有界函数是

A.  $f(x) = \tan x, x \in (0, \frac{\pi}{2})$

B.  $f(x) = \ln x, x \in (0, +\infty)$

C.  $f(x) = \frac{1}{x+1}, x \in (-1, 0)$

D.  $f(x) = \sin \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$

2. 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$

A. 收敛

B. 发散

C. 可能收敛也可能发散

D. 前  $n$  项和一定有极限

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos[(1+x)^{\frac{1}{x}}] =$

A. e

B.  $\cos e$

C.  $\cos 1$

D. 不存在

4. 若  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int \frac{1}{x^2} f(\frac{1}{x}) dx =$

A.  $-F(\frac{1}{x}) + C$

B.  $F(\frac{1}{x}) + C$

C.  $F(\frac{1}{x^2}) + C$

D.  $-F(\frac{1}{x^2}) + C$

5. 设  $A$  和  $B$  均为三阶方阵, 则必有

A.  $|A + B| = |A| + |B|$

B.  $AB = BA$

C.  $|AB| = |A||B|$

D.  $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 8 空, 每空 4 分, 共 32 分。

6. 函数  $y = 2x + 1$  的反函数是  $y =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \geq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{2}{\pi}x, & x < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) =$  \_\_\_\_\_.

8. 曲线  $y = x^2$  上点  $(1, 1)$  处的切线的斜率为 \_\_\_\_\_.

9. 设函数  $f(x)$  在点  $x = 1$  处可导, 且在  $x = 1$  处取得极值, 则  $f'(1) =$  \_\_\_\_\_.

10. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2 t dt}{x^3} =$  \_\_\_\_\_.

11. 曲线  $y = \sqrt{3x}$  与  $x$  轴及直线  $x = 3$  所围的平面图形的面积为 \_\_\_\_\_.

12. 行列式  $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_.

13. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ , 且  $|A| = ad - bc \neq 0$ , 则  $A$  的逆矩阵  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 7 小题, 每小题 6 分, 共 42 分。

14. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2\cos x - 2}{x^3}$ .

15. 设  $y = x \ln x + 5$ , 求  $y''|_{x=e}$ .

16. 已知曲线  $y = a \sin x - e^x + b$  过点  $(0, 1)$ , 且曲线在点  $(0, 1)$  处的切线与直线  $y = x + 4$  平行, 试求  $a$  和  $b$  的值.

17. 求不定积分  $\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$ .

18. 确定函数  $y = x^3 + 3x^2 - 7$  的单调区间.

19. 计算定积分  $\int_1^e \ln x dx$ .

20. 若齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

只有零解,  $\lambda$  应取何值?

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 用铁皮做一个容积为  $500\text{m}^3$  的有盖圆柱形容器,问应如何设计,才能使用料最省?

22. 求由曲线  $y = \sqrt{2 - x^2}$  与直线  $x = -1, x = 1$  及  $x$  轴所围成的平面图形绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体的体积.