

高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 平面 $2x - 3y + z - 1 = 0$ 的法向量为

- A. $\{2, 3, -1\}$ B. $\{4, -6, 2\}$ C. $\{-2, -3, -1\}$ D. $\{2, 3, 1\}$

2. 设函数 $f(x, y) = \varphi(x)g(y)$ 在点 (x_0, y_0) 的某邻域内有定义,且存在一阶偏导数,则 $f_x(x_0, y_0) =$

- A. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0 + h) - f(x_0, y_0)}{h}$ B. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + h) - f(x_0, y_0)}{h}$
 C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\varphi(x_0 + h) - \varphi(x_0)}{h}$ D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\varphi(x_0 + h) - \varphi(x_0)}{h} g(y_0)$

3. 设积分区域 $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, 则二重积分 $\iint_D d\sigma =$

- A. π B. 2π C. 3π D. 4π

4. 微分方程 $y'' = \sin x$ 的通解是 $y =$

- A. $\sin x + C_1 x + C_2$ B. $\sin x + C_1 + C_2$
 C. $-\sin x + C_1 x + C_2$ D. $-\sin x + C_1 + C_2$

5. 设无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 发散,则在下列数值中 p 的取值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

6. 已知向量 $\mathbf{a} = \{2, 1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 3, 5\}$, 则 $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{b}) =$ _____.

7. 函数 $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2 - 1)$ 的定义域是 _____.

8. 设积分区域 $D: 0 \leq x \leq 2, |y| \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D xy^2 d\sigma =$ _____.

9. 微分方程 $y'' + y = e^{-2x}$ 的特解 $y^* =$ _____.

10. 已知无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \dots$, 则 $u_n =$ _____.

三、计算题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

11. 求过点 $A(-2, 1, 4)$ 及点 $B(6, -5, 7)$ 的直线方程.

12. 求函数 $z = e^{2y} \cos 3x$ 的全微分 dz .

13. 求曲面 $z = 3xy$ 在点 $P_0(1, \frac{1}{3}, 1)$ 处的切平面方程.

14. 求函数 $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ 的梯度 $\text{grad}f(x, y)$.

15. 计算二重积分 $\iint_D \frac{4x^2}{y^2} d\sigma$, 其中 D 是由 $y = x$, $x = 2$ 及 $xy = 1$ 所围成的区域.

16. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$, 其中 Ω 是由 $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ 及 $z = 1$ 所围成的区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C (x^2 y - 2) ds$, 其中 C 为从点 $A(-2, 1)$ 到 $B(1, 1)$ 的直线段.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (y^2 - xy) dy$, 其中 C 为抛物线 $y = x^2$ 上从点 $A(-1, 1)$ 到点 $B(1, 1)$ 的一段弧.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = e^{3x-2y}$ 的通解.

20. 求微分方程 $y'' + 2y' + 2y = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1})$ 的敛散性.

22. 已知 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x < 0, \\ 0, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

求 $f(x)$ 傅里叶级数 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 中的系数 b_4 .

四、综合题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

23. 求函数 $f(x, y) = 14x + 32y - 8xy - 2x^2 - 10y^2 - 26$ 的极值.

24. 证明对坐标的曲线积分 $\int_C (3x^2y + 8xy^2 - 20) dx + (x^3 + 8x^2y + 14) dy$ 在整个 xoy 面内与路径无关.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ 展开为 x 的幂级数.