

## 高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

## 一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 向量  $\mathbf{a} = \{2, 1, -1\}$  与  $\mathbf{b} = \{1, 2, 1\}$  的夹角为

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

2. 已知函数  $f(x+y, x-y) = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$ , 则  $f(x, y) =$ 

- A.  $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$                       B.  $\frac{2xy}{x^2 - y^2}$                       C.  $\frac{xy}{2(x^2 - y^2)}$                       D.  $\frac{xy}{x^2 - y^2}$

3. 已知二重积分  $\iint_D d\sigma = 2$ , 则积分区域  $D$  为

- A.  $|x| \leq 1, |y| \leq 1$                       B.  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x$   
C.  $x^2 + y^2 \leq 2$                       D.  $|x| + |y| \leq 1$

4. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = e^{x^2+y^2}$  是

- A. 可分离变量的微分方程                      B. 齐次微分方程  
C. 一阶线性齐次微分方程                      D. 一阶线性非齐次微分方程

5. 无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{1+n^2}$  的敛散性为

- A. 条件收敛                      B. 绝对收敛                      C. 发散                      D. 敛散性无法确定

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

### 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

6. 点  $P(-5, -3, 2)$  到  $oyz$  坐标面的距离为\_\_\_\_\_.

7. 函数  $z = x^2y + y^2$  在点  $(2, 1)$  处的全微分  $dz|_{(2,1)} =$ \_\_\_\_\_.

8. 设积分区域  $D: x^2 + y^2 \leq a^2 (a > 0)$ , 且二重积分  $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} d\sigma = \frac{16}{3}\pi$ , 则常数  $a =$

\_\_\_\_\_.

9. 微分方程  $y'' + 3y = e^{2x}$  的特解  $y^* =$ \_\_\_\_\_.

10. 已知无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$ , 则  $u_5 =$ \_\_\_\_\_.

### 三、计算题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

11. 求过点  $M_1(3, -1, 5)$  及点  $M_2(-1, 2, -3)$  的直线方程.

12. 求曲面  $z = 2xy$  在点  $P_0(\frac{1}{2}, 1, 1)$  处的切平面方程.

13. 已知方程  $2x^2 - 3y^2 + 5z^2 - z = 1$  确定函数  $z = z(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

14. 求函数  $f(x, y) = 2xy^2 - 3x^2y$  在点  $P(1, -1)$  处沿  $P(1, -1)$  到  $Q(2, 0)$  方向的方向导数.

15. 计算二重积分  $\iint_D (x^2 + 2y + 1) d\sigma$ , 其中  $D$  是由  $y = x^2, y = x$  所围成的区域.

16. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$ , 其中积分区域  $\Omega: |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$ .

17. 计算对弧长的曲线积分  $\int_C (x^3y + 2x - 1) ds$ , 其中  $C$  为从点  $A(2, 0)$  到点  $B(4, 0)$  的直线段.

18. 计算对坐标的曲线积分  $\int_C (x-y)dx + xdy$ , 其中  $C$  是抛物线  $x=y^2$  从点  $O(0,0)$  到点  $P(4,2)$  的一段弧.

19. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x \sin x$  的通解.

20. 求微分方程  $y'' + y' - 30y = 0$  的通解.

21. 判断无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot 2^n}$  的敛散性.

22. 已知  $f(x)$  是周期为  $2\pi$  的周期函数, 它在  $[-\pi, \pi)$  上的表达式为  $f(x) = \begin{cases} 3, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ ,

求  $f(x)$  傅里叶级数  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$  中系数  $a_6$ .

#### 四、综合题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

23. 求函数  $f(x, y) = xy$  在约束条件  $x + y = 1$  下的极值.

24. 证明对坐标的曲线积分  $\int_C (4 \sin x \sin 3y \cos x + 20x) dx + (14y - 3 \cos 3y \cos 2x) dy$  在整个  $xoy$  面内与路径无关.

25. 将函数  $f(x) = \frac{1}{2+3x}$  展开为  $x$  的幂级数.