绝密 ★ 考试结束前

全国 2017 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点 $(6,2,1)$ 关于 Oxy 坐标面的对称点的坐标是

A. $(-6,-2,-1)$　　B. $(-6,-2,1)$

C. $(6,2,-1)$　　D. $(6,-2,-1)$

2. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 1}}\dfrac{3x-y}{x+y}$

A. 等于 0　　B. 等于 1

C. 等于 2　　D. 不存在

3. 设积分区域 D 是由 $y=\sqrt{3-x^2}$ 及 $y=0$ 所围成,二重积分 $\iint\limits_D f(x^2+y^2)\,\mathrm{d}\sigma$ 化为极坐标下的二次积分为

A. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^3 f(r^2)\,\mathrm{d}r$　　B. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^3 f(r^2)\,r\mathrm{d}r$

C. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{3}} f(r^2)\,r\mathrm{d}r$　　D. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{3}} f(r^2)\,\mathrm{d}r$

4. 以 $y = e^{\frac{1}{3}x}$ 为特解的微分方程是

A. $3y'' - y' = 0$　　B. $3y'' + y' = 0$

C. $3y'' - 2y' - y = 0$　　D. $9y'' + 6y' + y = 0$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 4^n} x^n$ 的收敛域是

A. $[-4,4]$　　B. $(-4,4)$

C. $[-4,4)$　　D. $(-4,4]$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 已知向量 $\boldsymbol{\alpha} = \{2,0,3\}$, $\boldsymbol{\beta} = \{1,-1,5\}$,则 $\boldsymbol{\alpha} \times (2\boldsymbol{\beta}) =$ ________.

7. 已知函数 $u = x^2 \sin y$,则 $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} =$ ________.

8. 二次积分 $\int_0^2 dy \int_{-1}^1 x^2 y dx$ 的值为________.

9. 微分方程 $y' = \ln x$ 的通解 $y =$ ________.

10. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n}$ 的和 $S =$ ________.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 求直线 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + y + z - 6 = 0$ 的夹角 φ.

12. 已知函数 $u = f(x\ln\sqrt{y}, y\ln\sqrt{x})$,其中 f 为可微函数,求 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial u}{\partial y}$.

13. 求曲线 $x = 2 + t, y = 3 + t^2, z = 1 + t^3$ 在对应于 $t = 1$ 的点处的切线方程.

14. 问在空间哪些点上,函数 $u = x^3 - y^3 - z^3 - 3xyz$ 的梯度垂直于 y 轴.

15. 计算二重积分 $\iint_D (x + y^2) d\sigma$,其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leqslant 1$.

16. 计算三重积分 $\iiint_\Omega (x + y + z) dv$,其中积分区域 $\Omega: |x| \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1, 0 \leqslant z \leqslant 2$.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C x^2 ds$,其中 C 是曲线 $y = \sqrt{1 - x^2}$.

18. 计算对面积的曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(4-x-z)\mathrm{d}S$,其中$\sum$是平面$x+y+z-2=0$在第一卦限中的部分.

19. 求微分方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y=\mathrm{e}^{-x}$的通解.

20. 求微分方程$y''+4y'+4y=0$的通解.

21. 判断无穷级数$\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^3}+\cdots$是否收敛,如果收敛,是绝对收敛还是条件收敛?

22. 已知周期为2π的周期函数$f(x)$在$[-\pi,\pi)$上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}3x-1, & -\pi\leqslant x<0\\ 2 & ,0\leqslant x<\pi\end{cases}$$

$S(x)$是$f(x)$的傅里叶级数$\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$的和函数,求$S(-2\pi)$.

四、综合题:本大题共3小题,每小题5分,共15分。

23. 证明圆柱面$x^2+y^2=R^2$上任意点处的法线与z轴相交.

24. 验证$y\mathrm{e}^{xy}\mathrm{d}x+x\mathrm{e}^{xy}\mathrm{d}y$在整个$Oxy$平面内是某个二元函数$u(x,y)$的全微分,并求这样的一个$u(x,y)$.

25. 将函数$f(x)=\frac{1}{1+x}$展开成$(x-1)$的幂级数.