

全国 2019 年 10 月高等教育自学考试
高等数学(工本) 试题
课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点 $(0, 0, -2)$ 在
A. x 轴上 B. y 轴上 C. z 轴上 D. oxy 平面上
2. 函数 $f(x, y) = \sqrt{x + y}$ 在点 $(0, 0)$ 处
A. 连续 B. 间断 C. 偏导数存在 D. 可微
3. 已知 $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy$ 是某个函数 $u(x, y)$ 的全微分,则 $u(x, y) =$
A. $\sin y \cos x$ B. $\sin x \sin y$ C. $-\sin x \cos y$ D. $\sin x \cos y$
4. 下列微分方程中,属于一阶线性非齐次微分方程的是
A. $3y dy = (x + y) dx$ B. $x dy = (x^2 + 3y) dx$
C. $\frac{dy}{dx} - xy \sin y = 19$ D. $\frac{dy}{dx} + xy^2 = 9$
5. 下列无穷级数中,绝对收敛的无穷级数是
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n + 1}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 与向量 $\alpha = \{\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}\}$ 同方向的单位向量是_____.

7. 设函数 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$, 则 $f(x, y) =$ _____.

8. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 9$, 则二重积分 $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$ 在极坐标下的二次积分为
_____.

9. 微分方程 $y'' + (x-1)y' + 6y = 12$ 的特解 $y^* =$ _____.

10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin nx$,
则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $a_0 =$ _____.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 已知平面 $\pi_1: x + 2y - z - 2 = 0$ 和平面 $\pi_2: 2x + y + z - 19 = 0$, 求这两个平面的夹角 θ .

12. 设函数 $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

13. 设函数 $z = x \sin(x - 2y)$, 求全微分 dz .

14. 设方程 $x^z = z'$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

15. 设函数 $f(x, y, z) = x^3 y + y^3 z + xz^3$, 求 $\text{grad} f(1, 1, -1)$.

16. 计算二重积分 $\iint_D (1 - 2x) dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $y = 1 - x^2$ 和 x 轴所围成的区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C \sqrt{1 + 4x^2} ds$, 其中 C 是 $y = x^2 (0 \leq x \leq 1)$ 一段弧.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (6xy^2 - y^3) dx + (6x^2 y - 3xy^2 + 1) dy$, 其中 C 是由 $(0, 0)$ 到
 $(1, 1)$ 的直线段.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特解.

20. 求微分方程 $y'' - y = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 的敛散性.

22. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的和函数.

四、综合题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

23. 求函数 $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 6y - 8$ 的极值.

24. 求曲面 $x^2 + 2y^2 - z^2 = 2$ 在点 $P_0(1, -1, 1)$ 处的法线方程.

25. 用定义证明无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ 发散.