

全国 2018 年 10 月高等教育自学考试 高等数学(工本) 试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点(6, -1, 2) 关于 y 轴的对称点的坐标是

A. (-6, 1, -2)

B. (-6, -1, 2)

C. (-6, 1, 2)

D. (-6, -1, -2)

2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} x \cos \frac{1}{xy}$

A. 等于 0

B. 等于 1

C. 等于 $\frac{1}{3}$

D. 不存在

3. 设积分区域 D 是由 $x = \sqrt{2 - y^2}$ 及坐标轴所围第一象限区域,二重积分 $\iint_D f(x^2 + y^2) d\sigma$ 化

为极坐标下的二次积分为

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} f(r^2) dr$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} f(r^2) r dr$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 f(r^2) r dr$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 f(r^2) dr$

4. 以 $y = \sin 3x$ 为特解的微分方程是

A. $y'' + 9y' = 0$

B. $y'' - 9y' = 0$

C. $y'' + 9y = 0$

D. $y'' - 9y = 0$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n} x^n$ 的收敛域是

A. $(-3, 3]$

B. $[-3, 3)$

C. $(-3, 3)$

D. $[-3, 3]$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 已知向量 $\alpha = \{2, -4, a\}$, $\beta = \{1, -2, -3\}$, 且 $\alpha \times \beta = 0$, 则常数 $a =$ _____.

7. 已知函数 $u = xy^2$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} =$ _____.

8. 二次积分 $\int_0^1 dy \int_0^y 2y dx$ 的值是 _____.

9. 微分方程 $y'' = e^{2x}$ 的通解 $y =$ _____.

10. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$ 的和 $S =$ _____.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 已知直线 L 经过点 $P_1(1, -1, 3)$ 和 $P_2(2, 3, -5)$, 求直线 L 的方程.

12. 已知函数 $z = f(y \sin x, x \cos y)$, 其中 f 为可微函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

13. 求曲线 $x = 3t^2, y = \frac{5-t}{t}, z = \frac{t-t^2}{3+t}$ 在对应于 $t = 1$ 的点处的法平面方程.

14. 问在空间的哪些点上, 函数 $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ 的梯度垂直于 x 轴.

15. 计算二重积分 $\iint_D x^2 d\sigma$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 3$.

16. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (|x| + |y| + |z|) dv$, 其中积分区域 $\Omega: |x| \leq 2, |y| \leq 2, |z| \leq 2$.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$, 其中 C 是曲线 $y = \sqrt{9-x^2}$.

18. 计算对面积的曲面积分 $\iint_{\Sigma} (2x + 2y + 4z + 3) dS$, 其中 Σ 是平面 $x + y + 2z - 1 = 0$ 在第一卦限中的部分.

19. 求微分方程 $x^2 \frac{dy}{dx} + 3xy = 2e^{x^2}$ 的通解.

20. 求微分方程 $y'' - y = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 是否收敛, 如果收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

22. 已知周期为 2π 的周期函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi \leq x < 0, \\ x + 1, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$$

$S(x)$ 是 $f(x)$ 傅里叶级数 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 的和函数, 求 $S(-5\pi)$.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 证明球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 上任意点处的法线过球心.

24. 验证 $y^2 dx + 2xy dy$ 在整个 oxy 平面内是某个二元函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求这样的一个 $u(x, y)$.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{4-x}$ 展开为 $(x+1)$ 的幂级数.