

绝密 ★ 考试结束前

2022 年 10 月高等教育自学考试 高等数学(工本)试题

课程代码:00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设两点 $A(4,0,5)$ 和 $B(7,1,3)$, 则向量 \overrightarrow{AB} 的模为

- A. $\frac{1}{14}$ B. $\frac{1}{\sqrt{14}}$ C. $\sqrt{14}$ D. 14

2. 设函数 $z = \ln(xy)$, 则全微分 $dz =$

- A. $ydx + xdy$ B. $xdx + ydy$
C. $\frac{1}{y}dx + \frac{1}{x}dy$ D. $\frac{1}{x}dx + \frac{1}{y}dy$

3. 下列微分方程中,可分离变量的微分方程是

- A. $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ B. $\frac{dy}{dx} = 2x + y$
C. $\frac{dy}{dx} = \tan(x + y)$ D. $\frac{dy}{dx} = x^2 - y^2$

4. 设级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ 收敛, 则 x 的取值可为下列数值中的

- A. -2 B. -1 C. 2 D. $\frac{5}{2}$

5. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$, 则二重积分 $\iint_D (2 + x + y) dx dy =$

- A. πa^2 B. $2\pi a^2$ C. $3\pi a^2$ D. $4\pi a^2$

6. 将 oxy 面上的曲线 $4x^2 - y^2 = 16$ 绕 y 轴旋转一周, 所得旋转曲面方程为

- A. $4x^2 - (y^2 + z^2) = 16$ B. $4x^2 - (y + z)^2 = 16$
C. $4(x^2 + z^2) - y^2 = 16$ D. $4(x + z)^2 - y^2 = 16$

7. 函数 $z = xe^y$ 在点 $M(1, 0)$ 处的梯度为

- A. $\{1, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 0\}$ D. $\{1, 2\}$

8. 设积分区域 $\Omega: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (2 - x - z) dx dy dz =$

- A. 0 B. 6 C. 7 D. 8

9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ 的和为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$

10. 设 C_1, C_2 是任意常数, 则微分方程 $y'' = x + \sin x$ 的通解 $y =$

- A. $\frac{1}{6}x^3 - C_1 \sin x + C_2$ B. $\frac{1}{6}x^3 + C_1 \sin x + C_2 x$
C. $\frac{1}{6}x^3 - \cos x + C_1 x + C_2$ D. $\frac{1}{6}x^3 - \sin x + C_1 x + C_2$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、计算题: 本大题共 10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

11. 求过点 $M(2, -3, 4)$ 且与平面 $3x - y + 2z + 4 = 0$ 垂直的直线方程。

12. 求两平面 $x - 2y + z = 0$ 和 $x + y - 2z - 9 = 0$ 的夹角 φ 。

13. 求曲面 $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 上点 $(-1, -2, 3)$ 处的切平面方程。

14. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $z^3 - 3xyz = a^3$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

15. 判断函数 $f(x, y) = 2x^2 - 5x + xy^2 + 2y$ 在点 $(1, -1)$ 处是否取得极值? 若取得极值, 说明是极大值还是极小值.

16. 计算二重积分 $\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ 及 $y = 2$ 所围的闭区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \oint_L (x + y) ds$, 其中 L 是连接点 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 的三角形区域的边界闭曲线.

18. 计算对坐标的曲线积分

$$I = \oint_L (3x^2y + 2y^2 - ye^x) dx + (x^3 + 4xy + xe^y) dy$$

其中 L 是 $D: |x| \leq 1, |y| \leq 1$ 的取正向的边界曲线.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ 的敛散性.

20. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2x + y$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛半径和收敛区间.

22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (2 - y^2) dx dz$, 其中 Σ 是半球面 $y = \sqrt{1 - x^2 - z^2}$ 被三个坐标面所截得在第一卦限部分曲面的右侧.