

全国 2014 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

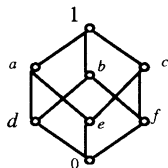
一、单项选择题 (本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均不得分。

1. 设命题函数 $R(x):x$ 是实数; $L(x,y):x < y$;则语句“没有最小的实数”可符号化为
A. $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(R(y) \wedge L(x,y)))$
B. $\exists x(R(x) \rightarrow \forall y(R(y) \wedge L(x,y)))$
C. $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(R(y) \wedge L(y,x)))$
D. $\exists x(R(x) \rightarrow \forall y(R(y) \wedge L(y,x)))$
2. 设简单无向图 G 有 15 条边,有 3 个 4 度结点,有 4 个 3 度结点,其余结点的度数均为 2,则 G 中的结点个数是
A. 9 B. 10 C. 11 D. 12
3. 等价关系一定不是
A. 对称的 B. 自反的 C. 可传递的 D. 反自反的
4. 谓词公式 $\exists x \forall y (F(x) \wedge G(x,y)) \vee H(x,y)$ 中,量词 $(\forall y)$ 的辖域是
A. $H(x,y)$
B. $G(x,y)$
C. $F(x) \wedge G(x,y)$
D. $(F(x) \wedge G(x,y)) \vee H(x,y)$
5. 下列语句是真命题的是
A. 雪是黑色的,当且仅当 $5 < 0$ B. 自然数中存在最大素数
C. 今天天气真好呀 D. 只有 $5 < 0$,雪才是白色的

6. 设 R_1, R_2 都是从集合 A 到 B 的二元关系, 若 $R_1 \subseteq R_2$, 则下列各式成立的是
- A. $R_1^{-1} \subseteq R_2^{-1}$
 B. $R_2^{-1} \subseteq R_1^{-1}$
 C. $R_1^{-1} \in R_2^{-1}$
 D. $R_2^{-1} \in R_1^{-1}$
7. 设 p : 他怕困难; q : 他获得成功。命题“只要他怕困难, 他就不会获得成功”可符号化为
- A. $p \rightarrow q$ B. $q \rightarrow p$ C. $\neg p \rightarrow q$ D. $q \rightarrow \neg p$
8. 设论域为整数集, 下列公式中真值为真的是
- A. $\forall x \exists y (xy = 0)$
 B. $\forall x \exists y (\frac{x}{y} = 1)$
 C. $\exists x \forall y (x + y = 0)$
 D. $\exists x \forall y (x - y = 0)$
9. 在代数系统中, 整环和域的关系正确的是
- A. 域一定是整环
 B. 域不一定是整环
 C. 整环一定是域
 D. 域一定不是整环

10. 题 10 图中 b 的补元是



题 10 图

- A. a
 B. 1
 C. 0
 D. e
11. 对 $|G| > 1$ 的群中不可能有
- A. 幺元 B. 零元 C. 幂等元 D. 右幺元
12. 设有一个连通平面图 G , 共有 7 个结点, 3 个面, 则 G 的边数为
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
13. 在自然数集 N 上, 下列运算满足交换律的是
- A. $a * b = b^a$ B. $a * b = b$
 C. $a * b = |a - b|$ D. $a * b = 2a + b$
14. 设 P, Q, R 为命题变元, 下列公式是合式公式的为
- A. $P \Leftrightarrow (Q \rightarrow R)$ B. $P \rightarrow Q \wedge R$
 C. $PQ \rightarrow R$ D. $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow R$
15. $\langle A, \leq \rangle$ 是一个偏序集, 其中 A 是正整数 12 的正因子的集合, \leq 为整除关系, 则能盖住元素 3 的元素是
- A. 1 B. 3 C. 6 D. 12

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

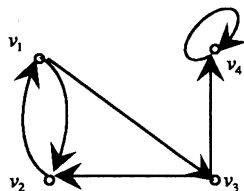
二、填空题 (本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

16. 设 $A = \{3,4,5,6\}$, $a * b = \min(a,b)$ 。代数系统 $\langle A, * \rangle$ 的幺元是_____，零元是_____。
17. 命题公式 $(\neg P \vee Q) \wedge R$ 的成真指派有_____个,成假指派有_____个。
18. 设 $A = \{a,2,4\}$, $B = \{2,b,5\}$, 则 $A \oplus B =$ _____, $A - B =$ _____。
19. 设集合 A 有 3 个元素,则 A 中的划分有_____个。
20. 公式 $\forall y(P(x) \wedge Q(x,y)) \rightarrow \forall z(R(z,y))$ 的约束变元为_____,自由变元为_____。
21. 设 $R = \{\langle 1,b \rangle, \langle 4,a \rangle, \langle 4,d \rangle, \langle 3,b \rangle\}$ 是集合 $A = \{1,2,3,4\}$ 到集合 $B = \{a,b,c,d\}$ 的关系,则 $\text{ran}R =$ _____, $\text{dom}R =$ _____。
22. 完全图 K_5 中,每个结点的度数为_____,共有_____条边。
23. 设 $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,3,4,5\}$,
 A 到 B 的关系 $R = \{\langle 2,4 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,2 \rangle\}$,
 B 到 A 的关系 $S = \{\langle 4,1 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$, 则 $S \circ R =$ _____。
24. 设 $S(x):x$ 是人, $G(x):x$ 会气功,命题“有些人会气功”可符号化为_____。
25. 命题公式 $P \vee \neg Q \vee \neg R$ 对应的二进制编码大项 M_i 为_____。

三、计算题 (本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

26. 构造命题公式 $(P \wedge \neg Q) \vee (Q \rightarrow R)$ 的真值表。
27. 利用等值演算法求命题公式 $(P \vee Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)$ 的主合取范式。
28. 设 $A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$, R 为 A 上的包含关系。
(1) 画出 R 的哈斯图;
(2) 设 $B = \{\emptyset, \{c\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}$, 求 B 的极大元、极小元、上界和下界。

29. 设图 G 如题 29 图所示,
 (1) 写出图 G 的邻接矩阵;
 (2) G 中长为 4 的路有几条?
 (3) 其中有几条回路?



题 29 图

30. 设解释 I 如下:

$$D = \{2, 3\}, a = 3, F(2, 2) = F(3, 3) = 0, F(2, 3) = F(3, 2) = 1,$$

$$f(2, 2) = f(2, 3) = 2, f(3, 2) = f(3, 3) = 3.$$

求谓词公式 $(\forall x)(\exists y)(F(f(x, a), y) \rightarrow F(f(y, a), x))$ 在 I 下的真值。

四、证明题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

31. 在整数集 Z 上定义一个二元运算 $*$ 如下: $\forall a, b \in Z, a * b = a + b - 1$ 。
 证明: $\langle Z, * \rangle$ 是群。
32. 设 G 是无向简单图, 有 11 个结点, 每个结点的度数均至少为 5。
 证明: G 是连通图。
33. 设 A, B, C 是集合,
 证明: $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$ 。

五、综合应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

34. 符号化下列命题, 并构造推理证明。
 一个人只有努力, 才能获得成功; 每个人或者获得成功, 或者曾经失败过; 有些人未曾失败过, 所以有些人很努力。
35. 某城市拟在六个城区之间架设有线电视网, 其网点间的距离如下列的无向有权图矩阵给出, 试给出架设线路的最优方案, 请画出图, 并计算出最优方案下线路的长度。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 9 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 10 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 0 & 5 & 7 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 8 & 0 \\ 9 & 0 & 7 & 8 & 0 & 11 \\ 1 & 6 & 2 & 0 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$