

全国 2015 年 4 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题 (本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均不得分。

1. 设有一个连通平面图 G , 共有 6 个面, 13 条边, 则 G 的顶点个数为
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
2. 下列谓词公式中与公式 $\forall xA(x) \rightarrow \exists xB(x)$ 等价的是
A. $\exists x(A(x) \rightarrow B(x))$ B. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$
C. $\exists xA(x) \rightarrow \exists xB(x)$ D. $\forall xA(x) \rightarrow \forall xB(x)$
3. 设 p : 天下雨; q : 我走路上班。命题“只有不下雨, 我才走路上班”可符号化为
A. $p \rightarrow q$ B. $q \rightarrow p$ C. $\neg p \rightarrow q$ D. $q \rightarrow \neg p$
4. 设 R_1, R_2 都是从集合 A 到 B 的二元关系, 则下列各式成立的是
A. $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1 \cup R_2$
B. $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1 \cap R_2$
C. $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$
D. $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$
5. 设简单无向图 G 有 16 条边, 有 3 个 4 度顶点, 有 4 个 2 度顶点, 其余顶点的度数均大于 3, 则 G 中的顶点个数至多为
A. 9 个 B. 10 个 C. 11 个 D. 12 个
6. 设 α, β 是集合 A 上的等价关系, 则下列关系不一定是等价关系的是
A. $\alpha \circ \beta$ B. $\alpha \cap \beta$ C. $\alpha \cup \beta$ D. α^{-1}

7. 下列语句为假命题的是

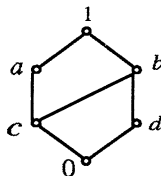
- A. 如果 3 是偶数,那么 $\frac{1}{3}$ 就是有理数
- B. 只要 3 是偶数, $\frac{1}{3}$ 就是有理数
- C. 除非 $\frac{1}{3}$ 是有理数,否则 3 不是偶数
- D. 只有 3 是偶数, $\frac{1}{3}$ 才是有理数

8. 设 $R(x)$: x 是实数; $p(x)$: x 的平方; $L(x)$: x 大于等于 0; 语句“实数的平方大于等于 0”可符号化为

- A. $\forall x (R(x) \wedge p(x) \wedge L(x))$
- B. $\forall x (R(p(x)) \rightarrow L(p(x)))$
- C. $\forall x (R(x) \wedge L(p(x)))$
- D. $\forall x (R(x) \rightarrow L(p(x)))$

9. 有界格如题 9 图所示,则元素 d 的补元是

- A. a
- B. b
- C. c
- D. 1



题 9 图

10. 给定 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 考虑 A 上的关系 R ,

若 $R = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$, 则 R 是

- A. 自反的
- B. 对称的
- C. 传递的
- D. 反自反的

11. 设集合 A 有 3 个元素, 则 A 上的等价关系的个数为

- A. 3 个
- B. 4 个
- C. 5 个
- D. 6 个

12. $\langle A, \leq \rangle$ 是一个偏序集, 其中 $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$, \leq 为 A 上的整除关系, 则覆盖元素 6 的元素是

- A. 6
- B. 12
- C. 24
- D. 36

13. 谓词公式 $\exists x (F(x) \wedge G(x, y)) \vee H(x, y)$ 中, 量词 $(\exists x)$ 的辖域是

- A. $H(x, y)$
- B. $F(x) \wedge G(x, y)$
- C. $G(x, y)$
- D. $(F(x) \wedge G(x, y)) \vee H(x, y)$

14. 连通图 G 是一棵树的充要条件是

- A. 有些边不是割边
- B. 每条边都是割边
- C. 无边割集
- D. 每条边都不是割边

15. 在自然数集 N 上, 下列满足结合律的运算是

- A. $a * b = a^b$
- B. $a * b = |a + b|$
- C. $a * b = b$
- D. $a * b = a + 2b$

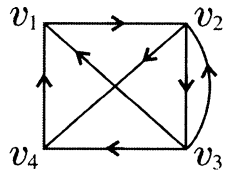
非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

16. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $B - A =$ _____, $B \oplus A =$ _____。
17. 设 $R = \{ \langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle, \langle 2, d \rangle, \langle 4, b \rangle \}$ 是集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 到集合 $B = \{a, b, c, d\}$ 的关系, 则 $\text{ran}R =$ _____, $\text{dom}R =$ _____。
18. 命题公式 $P \vee (Q \rightarrow \neg R)$ 的成真指派有 _____ 个, 成假指派有 _____ 个。
19. 设 $\rho(A)$ 是非空集合 A 的幂集, 代数系统 $\langle \rho(A), \cup \rangle$ 的零元是 _____, 么元是 _____。
20. 谓词公式 $\forall y (P(x) \wedge Q(x, y)) \rightarrow \forall x (R(x, y))$ 中的约束变元有 _____, 自由变元有 _____。
21. 设集合 $A = \{a, b, c\}$ 以及 A 上的一个二元关系 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, c \rangle \}$, 则自反闭包 $r(R) =$ _____, 对称闭包 $s(R) =$ _____。
22. 命题公式 $\neg P \vee \neg Q \vee R$ 的二进制数编码大项 M_i 为 _____。
23. 设无向树 T 有 4 个度数为 3 的结点, 其余结点都为树叶, 则 T 的树叶数为 _____。
24. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, A 到 B 的关系 $R = \{ \langle b, 4 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle d, 2 \rangle \}$, B 到 A 的关系 $S = \{ \langle 4, a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 3, b \rangle \}$, 则 $R \circ S =$ _____。
25. 设图 G 如题 25 图所示, 则图 G 的邻接矩阵 $M =$ _____。



题 25 图

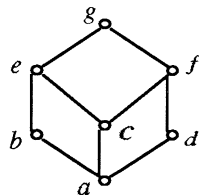
三、计算题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

26. 构造命题公式 $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ 的真值表。
27. 利用等值演算法求命题公式 $(P \rightarrow R) \wedge (P \vee Q) \wedge (Q \rightarrow \neg R)$ 的主析取范式。

28. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 为偏序集, 其哈斯图如题 28 图所示, 试求:

(1) 写出偏序关系 \leq 。

(2) 设 $B = \{c, d, f\}$, 求 B 的极大元、极小元、上界和下界。



题 28 图

29. 已知集合 $S = \{\{1, 2, 4\}, \{3\}, \{5\}\}$ 是集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的一个划分,

(1) 写出由 S 导出的 A 上的等价关系 ρ ;

(2) 求 ρ 的关系矩阵 M_ρ 。

30. 设解释 I 如下:

$D = \{2, 3\}$, $F(2, 2) = F(3, 3) = 0$, $F(2, 3) = F(3, 2) = 1$, $f(2, 2) = f(2, 3) = 2$,
 $f(3, 2) = f(3, 3) = 3$ 。

求谓词公式 $(\exists x)(\forall y)F(x, f(x, f(x, y)))$ 在 I 下的真值。

四、证明题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

31. 设 A, B 是任意集合,

证明: $\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$ 。

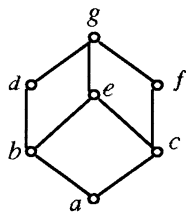
32. 在整数集 Z 上定义一个二元运算 $*$, 使得对于 Z 中的任意元素 a 和 b ,

都有 $a * b = a + b + ab$,

证明: $\langle Z, * \rangle$ 是独异点。

33. 设图 G 如题 33 图所示,

证明: 图 G 不是哈密顿图。

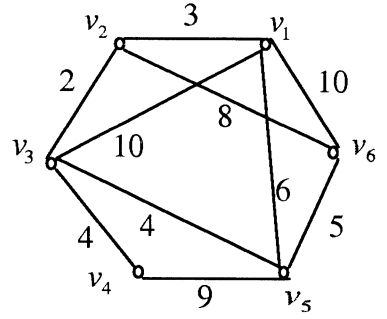


题 33 图

五、综合应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

34. 如果小明没有去上学, 那他一定是生病了。如果小明生病了, 他就会在家休息。只要小明去上学, 他就会在教室认真学习。小明要么在教室认真学习, 要么在家休息。符号化上述推理过程, 并构造推理证明。

35. 用 *Kruskal* 算法求题 35 图中的一棵最小生成树,并画出此树。(须写出详细过程)



题 35 图