

全国 2015 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

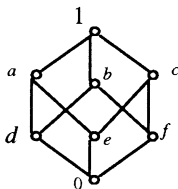
1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题 (本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均不得分。

1. 设简单无向图 G 有 15 条边,有 3 个 4 度结点,其余结点的度数均为 3,则 G 中的结点个数是
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
2. $\langle A, \leq \rangle$ 是一个偏序集,其中 A 是正整数 12 的正因子的集合, \leq 为整除关系,元素 6 能盖住元素
A. 1 B. 3 C. 6 D. 12
3. 下列公式不是合式公式的为
A. $P \rightarrow Q \wedge R$ B. $\neg P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
C. $P \rightarrow (P \vee Q)$ D. $(P \wedge Q) \Rightarrow R$
4. 设 a : 小华, $P(x)$: x 是教授, $f(x)$: x 的父亲,则语句“小华的父亲是教授”可符号化为
A. $P(f(a))$ B. $P(a) \wedge f(a)$
C. $f(P(a))$ D. $P(a) \vee f(a)$
5. 设 p : 天下雨, q : 我开车上班。命题“除非不下雨,否则我开车上班”可符号化为
A. $p \rightarrow q$ B. $q \rightarrow p$ C. $\neg p \rightarrow q$ D. $q \rightarrow \neg p$
6. 设 α, β 是集合 A 上的相容关系,则下列关系不一定是相容关系的是
A. $\alpha \cup \beta$ B. $\alpha \cap \beta$ C. $\alpha \circ \beta$ D. α^{-1}
7. 下列公式中与公式 $\forall x A(x) \rightarrow B$ 等价的是
A. $\exists x A(x) \rightarrow B$ B. $\forall x (A(x) \rightarrow B)$
C. $\exists x (A(x) \rightarrow B)$ D. $A(x) \rightarrow \forall x B$

8. 设有一个连通平面图 G , 共有 7 个结点, 12 条边, 则 G 的面的个数为
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
9. 设 R_1, R_2 都是从 A 到 B 的二元关系, 则下列各式成立的为
 A. $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ B. $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$
 C. $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1 \cup R_2$ D. $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1 \cap R_2$
10. 下列语句是假命题的是
 A. 只有 2 是奇数, $\sqrt{3}$ 才是无理数 B. 只要 2 是奇数, $\sqrt{3}$ 就是无理数
 C. 如果 2 是奇数, 那么 $\sqrt{3}$ 就是无理数 D. 除非 $\sqrt{3}$ 是无理数, 否则 2 不是奇数
11. 设 $\langle G, * \rangle$ 为群, $\forall a, b \in G$ 有
 A. $(ab)^{-1} = ab$ B. $(ab)^{-1} = ba$
 C. $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$ D. $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$
12. 下列无向图不一定为树的是
 A. 无回路的连通图 B. 有 n 个结点, $n-1$ 条边的连通图
 C. 每对结点间都有路的图 D. 连通但删去一条边便不连通的图
13. 题 13 图中 d 的补元是



题 13 图

- A. 0 B. 1 C. b D. c
14. 在自然数集 N 上, 下列运算满足结合律的是
 A. $a * b = a$ B. $a * b = |a - b|$
 C. $a * b = b^a$ D. $a * b = 2a + b$
15. 设论域为整数集, 下列公式中真值为真的是
 A. $\exists y \forall x (xy = 0)$ B. $\forall x \exists y (\frac{x}{y} = 0)$
 C. $\forall x \exists y (\frac{x}{y} = 1)$ D. $\exists x \forall y (x - y = 0)$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

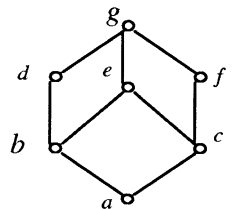
二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

16. 公式 $\exists x (P(x) \wedge Q(x, y)) \rightarrow \forall z (R(z, y))$ 的约束变元为 _____, 自由变元为 _____。
17. 设 $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $a * b = \max(a, b)$ 。代数系统 $\langle A, * \rangle$ 的幺元是 _____, 零元是 _____。

18. 设无向树 T 有 3 个度数为 3 的结点,其余结点都为树叶,则 T 的结点数为_____。
19. 命题公式 $\neg P \vee Q \vee \neg R$ 的二进制编码大项 M_i 为_____。
20. 设 $A = \{4,2,1\}$, $B = \{5,1,3\}$, 则 $B - A =$ _____, $B \oplus A =$ _____。
21. 设 $F(x):x$ 有进取心,要求只能使用全称量词,命题“某些人有进取心”可符号化为_____。
22. 设 $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, A 到 B 的关系 $R = \{ \langle a,4 \rangle, \langle b,1 \rangle, \langle b,2 \rangle \}$, B 到 A 的关系 $S = \{ \langle 4,a \rangle, \langle 3,b \rangle, \langle 2,c \rangle \}$, 则 $R \circ S =$ _____。
23. 命题公式 $P \vee (Q \wedge \neg R)$ 的成真指派有_____个,成假指派有_____个。
24. 设 $R = \{ \langle a,2 \rangle, \langle b,4 \rangle, \langle b,3 \rangle, \langle d,2 \rangle \}$ 是集合 $A = \{a,b,c,d\}$ 到集合 $B = \{1,2,3,4\}$ 的关系,则 $\text{ran}R =$ _____, $\text{dom}R =$ _____。
25. 设 $S = \{\varphi, \{1\}, \{1,2\}\}$, 则其幂集 $P(S)$ 的元素个数为_____。

三、计算题 (本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

26. 构造命题公式 $(\neg P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ 的真值表。
27. 利用等值演算法求命题公式 $(\neg P \vee Q) \wedge (R \rightarrow \neg Q)$ 的主析取范式。
28. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 为偏序集,其哈斯图如题 28 图所示。
 (1) 写出偏序关系 \leq ;
 (2) 设 $B = \{b,d,e\}$, 求 B 的极大元、极小元、上界和下界。



题 28 图

29. $S = \{\{1,2\}, \{3\}, \{4,5\}\}$ 是集合 $A = \{1,2,3,4,5\}$ 上的一个划分。
 (1) 写出由 S 导出的 A 上的等价关系 ρ 的有序对集合;
 (2) 写出 ρ 的关系矩阵。
30. 设解释 I 如下: $D = \{2,3\}$, 已知 $F(2,2) = F(3,3) = 0$, $F(2,3) = F(3,2) = 1$, $f(2,2) = f(2,3) = 2$, $f(3,2) = f(3,3) = 3$ 。
 求谓词公式 $(\forall x)(\forall y)(F(x,y) \rightarrow F(f(x,y),x))$ 在 I 下的真值。

四、证明题 (本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分)

31. 设 A, B, C 是集合.证明: $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 。
32. 设无向简单图 G 有 9 个结点.证明: G 中至少存在两个度数相同的结点。

33. 设 $\langle G, \cdot \rangle$ 是群, $C(G) = \{x \mid x \in G, xg = gx, \forall g \in G\}$ 。证明: $\langle C(G), \cdot \rangle$ 是 $\langle G, \cdot \rangle$ 的一个子群。

五、综合应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

34. 符号化下列命题, 并构造推理证明。每个学生都是勤奋的; 每个勤奋而又聪明的人在他的工作生活中都将获得成功; 小华是学生, 并且是聪明的。所以, 小华在他的工作生活中将获得成功。
35. 今有 a, b, c, d, e, f, g 共 7 人, 已知下列事实:
 a 会讲法语; b 会讲法语、意大利语和日语; c 会讲法语、汉语; d 会讲日语和意大利语; e 会讲德语、汉语和法语; f 会讲英语、日语和俄语; g 会讲英语和德语。试问: 这 7 个人应如何围圆桌排座位, 才能使每个人和他两边的人可以交谈?(须写出所有可能方案)