

# 离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

### 一、单项选择题 (本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。未涂、错涂或多涂均无分。

- 谓词公式  $(\exists x)(F(x) \wedge G(x,y)) \vee H(x,y)$  中,  $(\exists x)$  的辖域是  
A.  $F(x)$                                       B.  $H(x,y)$   
C.  $F(x) \wedge G(x,y)$                         D.  $(F(x) \wedge G(x,y)) \vee H(x,y)$
- 设无向树  $T$  有 3 个度数为 4 的结点,其余结点都为树叶,则  $T$  的结点数为  
A. 10    B. 11    C. 12    D. 13
- 设集合  $A$  有 3 个元素,则  $A$  中的划分有  
A. 3 个                                        B. 5 个                                        C. 6 个                                        D. 9 个
- 下列关系不可能是相容关系的是  
A. 恒等关系                                B. 全域关系                                C. 等价关系                                D. 拟序关系
- 设论域为整数集,下列命题中真值为假的是  
A.  $\exists y \exists x (x + y = 0)$                         B.  $\forall x \exists y (x + y = 0)$   
C.  $\exists x \forall y (x + y = 0)$                         D.  $\exists x \exists y (x + y = 0)$
- 4 个结点的非同构的无向树的数目是  
A. 5    B. 4    C. 3    D. 2
- 下列命题公式是永真式的为  
A.  $(P \rightarrow Q) \vee Q$                         B.  $(P \wedge Q) \vee \neg P$   
C.  $(P \wedge \neg P) \rightarrow Q$                         D.  $\neg (P \rightarrow Q) \wedge Q$

8. 下列语句是原子命题的为

A.  $x + y > xy$

B. 请给我来点掌声吧

C. 小明既爱唱歌又爱跳舞

D. 火星上有生物

9. 设  $Z$  为整数集合, 则下列集合关于数的加法运算不能构成独异点的是

A.  $\{3m + 5n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$

B.  $\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $\{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D.  $\mathbb{Z}$

10. 设  $S = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}\}$ , 则既是  $S$  的元素又是  $S$  的子集的为

A.  $\{1\}$

B.  $\emptyset$

C.  $\{\emptyset\}$

D.  $\{1, 2\}$

11. 设  $p$ : 他怕困难;  $q$ : 他获得成功。命题“除非他不怕困难, 否则他不会获得成功”可符号化为

A.  $q \rightarrow \neg p$

B.  $\neg q \rightarrow p$

C.  $\neg p \rightarrow \neg q$

D.  $\neg q \rightarrow \neg p$

12. 在整数集  $Z$  上, 下列运算满足结合律的是

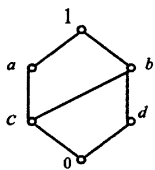
A.  $a * b = ab - 1$

B.  $a * b = |a - b|$

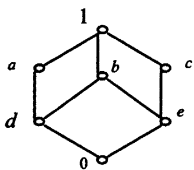
C.  $a * b = 2a + b$

D.  $a * b = a + b - 1$

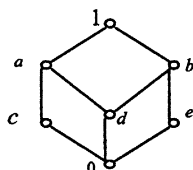
13. 下列图对应的格是有补格的为



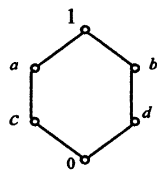
A.



B.



C.



D.

14. 设  $G$  为连通的无向简单图。若  $G$  恰有 2 个奇度结点, 则  $G$  一定具有

A. 欧拉回路

B. 欧拉通路

C. 哈密顿回路

D. 哈密顿通路

15. 设  $F(x)$ :  $x$  是火车;  $G(y)$ :  $y$  是汽车;  $H(x, y)$ :  $x$  比  $y$  快; 则下列语句可以表示成公式  $\exists x (F(x) \rightarrow \forall y (G(y) \wedge H(x, y)))$  的是

A. 每列火车都比所有汽车快

B. 每列火车都比某些汽车快

C. 某些火车比某些汽车快

D. 某些火车比所有汽车快

# 非选择题部分

注意事项：

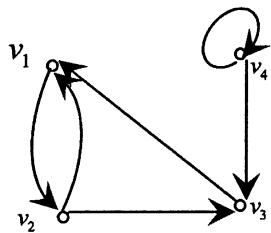
用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

## 二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

16. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ ,  $A$  到  $B$  的关系  $R = \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$ ,  $B$  到  $A$  的关系  $S = \{ \langle 4, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$ , 则  $R \circ S =$  \_\_\_\_\_。
17. 设  $G$  是一个有 11 个顶点的简单无向图。如果  $G$  恰有一个回路，则  $G$  的边数最大是 \_\_\_\_\_。
18. 设  $R = \{ \langle 3, c \rangle, \langle 1, a \rangle, \langle 4, c \rangle, \langle 4, d \rangle \}$  是集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  到集合  $B = \{a, b, c, d\}$  的关系，则  $\text{dom } R =$  \_\_\_\_\_,  $\text{ran } R =$  \_\_\_\_\_。
19. 简单析取式  $\neg P \vee Q \vee R$  的大项编码为 \_\_\_\_\_。
20. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$  以及  $A$  上的一个二元关系  $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle \}$ , 则对称闭包  $s(R) =$  \_\_\_\_\_, 传递闭包  $t(R) =$  \_\_\_\_\_。
21. 设  $A = \{1, 4, 3\}$ ,  $B = \{a, 3, c\}$ , 则  $A - B =$  \_\_\_\_\_,  $A \oplus B =$  \_\_\_\_\_。
22. 若连通平面图  $G$  有 8 条边, 3 个面, 则  $G$  有 \_\_\_\_\_ 个结点。
23. 设  $A = \{2, 4, 8, 16\}$ ,  $a * b = \text{lcm}(a, b)$ , 即  $a, b$  的最小公倍数。代数系统  $\langle A, * \rangle$  的幺元是 \_\_\_\_\_, 零元是 \_\_\_\_\_。
24. 设论域是全体人类,  $F(x): x$  能呼吸, 要求只能使用存在量词, 命题“所有人都能呼吸”可符号化为 \_\_\_\_\_。
25. 含有  $n$  个命题变元的命题公式, 共有 \_\_\_\_\_ 组指派。

## 三、计算题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

26. 构造命题公式  $(P \vee \neg Q) \rightarrow (R \rightarrow Q)$  的真值表。
27. 利用等值演算法求命题公式  $(P \vee Q) \rightarrow (\neg Q \vee R)$  的主析取范式。
28. 设  $A = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$ ,  $R$  为  $A$  上的包含关系。(1) 画出  $R$  的哈斯图;(2) 设  $B = \{ \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\} \}$ , 求  $B$  的极大元、极小元、上界和下界。
29. 设图  $G$  如题 29 图所示。(1) 写出图  $G$  的邻接矩阵;(2)  $G$  中长度为 4 的通路有几条?(3) 上问中有几条回路?



题29图

30. 设解释  $I$  如下:  $D = \{2,3\}$ , 已知  $f(2) = 3, f(3) = 2, F(2) = 0, F(3) = 1, G(2,2) = G(3,3) = 0, G(2,3) = G(3,2) = 1$ 。

求谓词公式  $(\exists x)(F(f(x)) \wedge G(x, f(x)))$  在  $I$  下的真值。

**四、证明题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)**

31. 设无向图  $G$  有 7 个顶点, 每个顶点的度数不是 4 就是 5。证明:  $G$  中至少有 5 个度数为 4 的顶点或至少有 4 个度数为 5 的顶点。
32. 设  $A, B, C$  是集合。证明:  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 。
33. 设  $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$ 。证明:  $H$  关于矩阵乘法构成一个群。

**五、综合应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)**

34. 今有  $a, b, c, d, e, f, g$  共 7 个球类运动爱好者, 已知下列事实:  $a$  喜欢篮球运动;  $b$  喜欢篮球运动和足球运动;  $c$  喜欢篮球、排球和乒乓球运动;  $d$  喜欢网球和足球运动;  $e$  喜欢羽毛球和排球运动;  $f$  喜欢棒球、网球和乒乓球运动;  $g$  喜欢棒球和羽毛球运动。试问: 这 7 个人应如何围圆桌排座位, 才能使每个人和他身边的人有共同球类爱好话题。须写出所有可能方案。
35. 符号化下列命题, 并构造推理证明。任何人如果他是素食者, 他就不喜欢吃肉; 每一个人或者喜欢吃肉或者喜欢吃蔬菜; 有的人不爱吃蔬菜。因而不是所有的人都是素食者。