

全国 2017 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

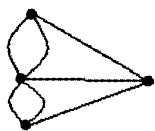
注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

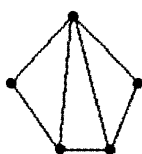
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分,在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

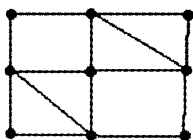
- 令  $p$ :他怕困难, $q$ :他战胜困难,命题"他战胜困难是因为他不怕困难"的符号化形式为  
 A.  $\neg p \rightarrow q$                       B.  $\neg q \rightarrow p$                       C.  $\neg p \wedge q$                       D.  $\neg p \vee q$
- 令  $F(x)$ : $x$  为苹果, $H(x,y)$ : $x$  与  $y$  完全相同, $L(x,y)$ : $x=y$ ,则命题"没有完全相同的苹果"的符号化形式为  
 A.  $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge L(x,y) \rightarrow H(x,y))$   
 B.  $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \wedge H(x,y))$   
 C.  $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \rightarrow H(x,y))$   
 D.  $\forall x \forall y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \wedge \neg H(x,y))$
- 一颗树有 2 个 4 度结点,3 个 3 度结点,其余为树叶,则该树中树叶个数是  
 A. 7                                      B. 8                                      C. 9                                      D. 10
- 设集合  $A = \{a,b,c,d\}$ ,现有  $A$  上的二元关系  $R = \{ \langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle, \langle c,b \rangle, \langle b,a \rangle \}$ ,则  $A$  是  
 A. 自反的                                      B. 对称的  
 C. 反对称的                                      D. 传递的
- 下图中为欧拉图的是



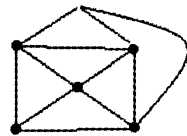
A.



B.



C.



D.

6. 下列谓词公式中,不是前束范式的为
- A.  $\forall x \forall y(A(x) \rightarrow B(y))$   
 B.  $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y))$   
 C.  $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(z))$   
 D.  $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow \exists zC(z))$
7. 表示集合之间关系的图是
- A. 文氏图                      B. 哈斯图                      C. 欧拉图                      D. 树
8. 无向完全图  $K_6$  的边的条数为
- A. 10                              B. 15                              C. 20                              D. 30
9. 设  $T$  是  $n$  阶树( $n \geq 2$ ), 则  $T$  不具有的性质是
- A. 连通图                              B. 哈密顿图  
 C. 有  $n-1$  条边                              D. 至少有两片树叶
10. 设  $R, S$  均为集合  $A$  上的二元关系, 下面命题正确的是
- A. 若  $R$  与  $S$  是自反的, 则  $R \circ S$  也是自反的  
 B. 若  $R$  与  $S$  是反自反的, 则  $R \circ S$  也是反自反的  
 C. 若  $R$  与  $S$  是对称的, 则  $R \circ S$  也是对称的  
 D. 若  $R$  与  $S$  是传递的, 则  $R \circ S$  也是传递的
11. 以下关于图的矩阵的描述, 正确的是
- A. 邻接矩阵即关系矩阵                      B. 可达矩阵是针对无向图的  
 C. 无向图有邻接矩阵                      D. 可达矩阵是针对有向图的
12. 一个 6 阶连通图的边数至少为
- A. 4                                  B. 5                                  C. 6                                  D. 7
13. 下列关于反函数的命题, 正确的是
- A. 单射函数有反函数                      B. 任意函数均有反函数  
 C. 满射函数有反函数                      D. 双射函数有反函数
14. 一个 6 阶图, 其各结点度数之和不可能为
- A. 10                                  B. 12                                  C. 15                                  D. 20
15. 在整数集合  $Z$  上定义  $*$  运算如下:  $a, b \in Z, a * b = a + b - 10$ , 则代数系统  $\langle Z, * \rangle$  是
- A. 格                                  B. 环                                  C. 域                                  D. 群

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

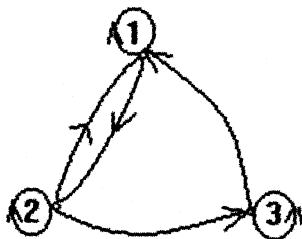
**二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。**

16. 设  $\Sigma = \{a, b\}$  是字母表,  $\Sigma^*$  表示由  $\Sigma$  上的字符构成的有限长度的串的集合(包含长度为 0 的串, 即空串在内),  $A = \{a, b, aa, bb, aaa, bbb\}$ ,  $B = \{\omega \mid \omega \in \Sigma^* \wedge |\omega| \geq 2\}$ ,  $C = \{\omega \mid \omega \in \Sigma^* \wedge |\omega| \leq 2\}$ , 则  $A - (B \cap C) =$  \_\_\_\_\_。

17. 在整数域中,命题公式  $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$  的真值为 \_\_\_\_\_,命题公式  $\exists x \forall y(x \cdot y = 1)$  的真值为\_\_\_\_\_。
18. 设  $A$  为非空有限集合, $P(A)$  为  $A$  的幂集, $\cup$  为集合的并运算,群  $\langle P(A), \cup \rangle$  中,单位元是\_\_\_\_\_,零元是\_\_\_\_\_。
19. 一个手镯等距离地镶嵌着 5 颗彩珠,每颗彩珠可以从红、白、蓝、绿、黄 5 种颜色中挑选。如果要求手镯上的彩珠颜色都不相同,则可以构成\_\_\_\_\_种不同颜色彩珠分布的手镯。
20. 某连通平面图有 6 个顶点,其平面表示中共有 8 个面,则其边有\_\_\_\_\_条。
21. 设有集合  $A = \{a, b, c, d\}$  上的二元关系  $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle \}$ , 则  $R^2 =$  \_\_\_\_\_,  $R^3 =$  \_\_\_\_\_。
22. 为了从无向完全图  $K_6$  中得到其生成树,至少需要删除\_\_\_\_\_条边。
23. 设有集合  $A = \{a, b, c\}$  上的二元关系  $R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, b \rangle \}$ , 则  $R_1$  的自反闭包  $r(R_1) =$  \_\_\_\_\_,  $R_1$  的对称闭包  $s(R_1) =$  \_\_\_\_\_。
24. 一个无向图有 21 条边,有 3 个 4 度结点,其余结点均为 3 度,则其结点共有 \_\_\_\_\_ 个。
25. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{a, b, c, d, e\}$ , 则  $|A \times B| =$  \_\_\_\_\_, 而  $|P(A) \times B| =$  \_\_\_\_\_。

三、计算题: 本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分。

26. 用列真值表的方法说明下列逻辑等价式成立  
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow P)) \Leftrightarrow (\neg P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P))$ 。
27. 用等值演算法推导命题公式  $(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$  的主析取范式。
28. 设解释  $I$  为:个体域  $D = \{a, b\}$ ,  $F(x)$  与  $G(x)$  为 2 个一元谓词,且  $F(a) = 0, F(b) = 1, G(a) = 1, G(b) = 0$ 。在  $I$  下,求命题公式  $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$  的真值。
29. 设集合  $S = \{1, 2, 3\}$ , 题 29 图为  $S$  上的二元关系  $R$  的关系图



题 29 图

- (1) 写出  $R$  的集合表达式; (2) 写出  $R$  的关系矩阵。
30. 求下述集合等式成立的充要条件, 并证明结论  
 $(A - C) \cup B = A \cup B$

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

31. 设  $n$  阶无向简单图  $G = \langle V, E \rangle$ , 其中边数满足:

$$|E| > (n-1)(n-2)/2$$

证明  $G$  是连通图。

32. 证明下列谓词公式为永真式:

$$\forall y(A(y) \rightarrow \exists xA(x)).$$

33. 设  $a, b, c$  均为奇数, 证明一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0$$

无有理数根。

五、综合应用题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分。

34. 无向树  $T$  有 8 片树叶, 2 个 3 度分支点, 其余的分支点都是 4 度, 求  $T$  的阶数, 并画出全部非同构的这种树。

35. 设  $\langle A, | \rangle$  为偏序关系, 其中  $|$  为整除关系, 即  $a|b$  当且仅当  $a$  整除  $b$ 。已知  $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$ 。画出这个偏序关系的哈斯图, 并判断其是否为格。