

## 全国 2018 年 10 月高等教育自学考试

## 离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分,在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列命题公式为矛盾式的是

A.  $P \rightarrow (P \vee Q \vee R)$

B.  $(P \rightarrow \neg P) \rightarrow \neg Q$

C.  $\neg (Q \rightarrow R) \wedge R$

D.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$

2. 命题公式 A 中含 n 个命题变项, A 为重言式的条件是 A 的主析取范式含

A.  $2^n$  个极大项

B. 1 个极大项

C.  $2^n$  个极小项

D. 1 个极小项

3. 设 R 为集合 A 上的关系,则下列叙述不正确的是

A. R 在 A 上自反当且仅当  $I_A \subseteq R$

B. R 在 A 上反自反当且仅当  $I_A \cap R = \emptyset$

C. R 在 A 上对称当且仅当  $R = R^{-1}$

D. R 在 A 上反对称当且仅当  $R \cap R^{-1} = \emptyset$

4. 设  $F(x)$ : x 是兔子,  $G(y)$ : y 是乌龟,  $H(x, y)$ : x 比 y 跑得快。命题“并不是所有兔子都比乌龟跑得快”可符号化为

A.  $\neg \exists x(F(x) \wedge \forall y(G(y) \rightarrow H(x, y)))$

B.  $\neg \forall x \forall y(F(x) \wedge G(y) \rightarrow H(x, y))$

C.  $\neg \exists x \exists y(F(x) \wedge G(y) \rightarrow H(x, y))$

D.  $\neg \forall x(F(x) \wedge \exists y(G(y) \rightarrow H(x, y)))$

5. 设集合  $X = \{a, \{a\}\}$ , 则下列陈述不正确的是

A.  $\{a\} \in X$

B.  $\{a\} \subseteq X$

C.  $\{a, \{a\}\} \subseteq X$

D.  $\{\{a\}\} \in X$

6. 对非空集合 A 和 B, 若  $A \cap B = A$ , 则有

A.  $A - B = \emptyset$

B.  $B - A = \emptyset$

C.  $B = \emptyset$

D.  $A = \emptyset$

7. 设  $A = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$ , 则其幂集  $P(A)$  的元素总个数为

A. 1

B. 4

C. 8

D. 16

8. 描述偏序集的是  
 A. 哈密顿图                      B. 哈斯图                      C. 欧拉图                      D. 树
9. 在整数集  $Z$  上, 下列定义的运算能构成一个群的是  
 A.  $a * b = \max\{a, b\}$                       B.  $a * b = |a - b|$   
 C.  $a * b = a + b + 1$                       D.  $a * b = ab$
10. 设  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$  是函数, 则下列陈述不正确的是  
 A. 若  $f$  和  $g$  都是单射的, 则  $f \circ g$  也是单射的  
 B. 若  $f$  和  $g$  都是双射的, 则  $f \circ g$  也是双射的  
 C. 若  $g$  和  $f \circ g$  是满射的, 则  $f$  也是满射的  
 D. 若  $f$  和  $g$  都是满射的, 则  $f \circ g$  也是满射的
11. 由 4 阶 3 条边构成的无向简单图的结点最大度数为  
 A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
12. 下列为一颗 6 阶无向树的度数列, 对应不止一颗同构树的是  
 A. 1, 1, 1, 1, 2, 4                      B. 1, 1, 1, 2, 2, 3  
 C. 1, 1, 2, 2, 2, 2                      D. 1, 1, 1, 1, 3, 3
13. 设有集合  $A, B, C$ , 则下列描述不正确的是  
 A.  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
 B.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$   
 C.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
 D.  $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$
14. 下列关于整数集合上的小于关系性质描述不正确的是  
 A. 反自反的                      B. 对称的                      C. 反对称的                      D. 传递的
15. 分别记  $Z, N, Q, R$  为整数、自然数、有理数、实数集合, 下列关于普通加法的代数系统不是群的是  
 A.  $\langle Z, + \rangle$                       B.  $\langle N, + \rangle$                       C.  $\langle Q, + \rangle$                       D.  $\langle R, + \rangle$

## 非选择题部分

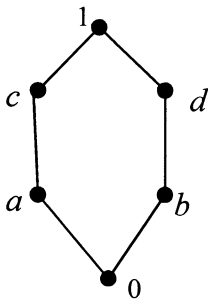
注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

16. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 集合  $B = \{a, b, c, d, e\}$ , 现有从  $A$  到  $B$  的二元关系  $R = \{ \langle 1, b \rangle, \langle 3, e \rangle, \langle 5, e \rangle \}$ , 和从  $B$  到  $A$  的二元关系  $S = \{ \langle b, 4 \rangle, \langle a, 5 \rangle, \langle c, 2 \rangle \}$ , 则  $R \circ S = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $S \circ R = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
17. 命题公式  $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \wedge \neg Q)$  的成真指派为                     , 成假指派为                     。

18. 公式  $(\exists x)((P(x,y) \rightarrow Q(z)) \vee R(z))$  的约束变元为 \_\_\_\_\_, 自由变元为 \_\_\_\_\_。
19. 设  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 则  $|A \times B| =$  \_\_\_\_\_,  $|A \times P(B)| =$  \_\_\_\_\_。
20. 设实数集合上的函数  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2x + 1$ , 那么复合函数  $f \circ g(x) =$  \_\_\_\_\_, 反函数  $g^{-1}(x) =$  \_\_\_\_\_。
21. 有理数集  $Q$  中的运算  $*$  定义如下:  $a * b = a + b + ab$ , 则  $*$  运算的单位元为 \_\_\_\_\_; 设  $a$  有逆元, 则其逆元  $a^{-1}$  为 \_\_\_\_\_。
22.  $\langle Z_n, + \rangle$  是一个群, 其中  $Z_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ ,  $x + y = (x + y) \bmod n$ , 则在  $\langle Z_6, + \rangle$  中, 1 的阶为 \_\_\_\_\_, 2 的阶为 \_\_\_\_\_。
23. 设 5 阶简单连通图  $G$  所有结点的度数之和为 18, 则  $G$  的结点的最大度数为 \_\_\_\_\_, 最小度数为 \_\_\_\_\_。
24. 下图的格中,  $b$  的补元是 \_\_\_\_\_,  $c$  的补元是 \_\_\_\_\_。



25. 设二元关系  $A = \{ \langle 2, 5 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$ ,  $B = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$ , 那么  $\text{dom}(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_,  $\text{ran}(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_。

### 三、计算题: 本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分。

26. 研究 4 阶完全图  $K_4$ , 判断其是否存在欧拉回路? 是否存在哈密顿回路? 如果存在, 共有多少个非同构的回路?
27. 构造命题公式  $(P \rightarrow \neg Q) \wedge R$  的真值表。
28. 给出集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上所有等价关系的个数, 并列出生这些关系的集合表达式。
29. 求命题公式  $\neg(P \vee (Q \wedge R))$  的主析取范式 and 主合取范式。
30. 集合  $A = \{a, b, c, d, e\}$  上有偏序关系  $R = \{ \langle a, d \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, e \rangle \} \cup I_A$ 。
- (1) 画出偏序集  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图;
- (2) 找出  $A$  的极大元、极小元、最大元和最小元。

四、证明题:本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分。

31. 设  $Z$  是整数集合,在  $Z$  上定义二元运算  $*$  如下:

$$\forall x, y \in Z, x * y = x + y - 2$$

证明  $Z$  关于运算  $*$  构成群。

32. 设  $A = \{ \langle a, b \rangle \mid a, b \text{ 为正整数} \}$ ,在  $A$  上定义二元关系  $\sim$  如下:  $\langle a, b \rangle \sim \langle c, d \rangle$  当且仅当  $a + d = b + c$ 。证明  $\sim$  是一个等价关系。

33. 在 9 阶无向图  $G$  中,每个结点的度数不是 5 就是 6,证明  $G$  中至少有 5 个 6 度结点或至少有 6 个 5 度结点。

五、综合应用题:本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

34. 某研究所要从 3 名科研人员 A、B、C 中挑选 1~2 人去进修,由于工作需要,选派时需要满足下列条件:

(1) 若 A 去,则 C 同去;

(2) 若 B 去,则 C 不能去;

(3) 若 C 不去,则 A 或 B 可以去。

问:如何确定选派方案?

35. 某地区 5 个居民点之间现有道路距离见下列邻接矩阵(单位:千米):

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 12 & 14 & 5 \\ 5 & 0 & 9 & 11 & 8 \\ 12 & 9 & 0 & 6 & 10 \\ 14 & 11 & 6 & 0 & 7 \\ 5 & 8 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

现需利用现有道路铺设天然气管道。假定铺设成本完全由距离决定,试用最小生成树规划最低成本管道铺设方案,并确定该方案下总的铺设长度。