

离散数学试题

课程代码:02324

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小題选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小題,每小題 1 分,共 15 分。在每小題列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 p :今年 是 2020 年, q :明年 是 2021 年,命题“只有今年 是 2020 年,明年 才是 2021 年”的符号化为

A. $p \wedge q$

B. $p \vee q$

C. $p \rightarrow q$

D. $q \rightarrow p$

2. 下列命题公式是永真式的是

A. $p \wedge (p \rightarrow q)$

B. $p \wedge (p \leftrightarrow q)$

C. $p \vee (p \rightarrow q)$

D. $p \vee (p \leftrightarrow q)$

3. 下列式子不正确的是

A. $\forall x(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$

B. $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$

C. $\forall xA(x) \vee \forall xB(x) \Rightarrow \forall x(A(x) \vee B(x))$

D. $\exists xA(x) \wedge \exists xB(x) \Rightarrow \exists x(A(x) \wedge B(x))$

4. 设论域为整数集,下列选项中,真值为真的是

A. $\forall x \exists y(x+y=2020)$

B. $\exists x \forall y(x+y=2020)$

C. $\forall x \forall y(x+y=2020)$

D. $\exists y \forall x(x+y=2020)$

5. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

A.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

C.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. 设 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{1, 2\}$, 则从 A 到 B 的所有不同满射的个数是

- A. 10 B. 30 C. 31 D. 32

7. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, 则 R 具有

- A. 自反性 B. 反自反性 C. 对称性 D. 传递性

8. 设 R, S 均是非空集合 A 上的等价关系, 则下列关系仍是等价关系的是

- A. R^{-1} B. $R-S$ C. $S-R$ D. $A \times A - R$

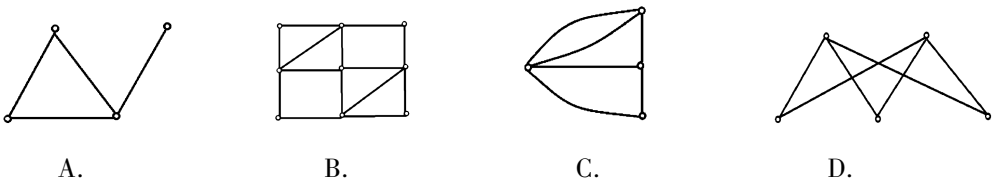
9. 设无向图有 6 条边, 3 度与 5 度顶点各一个, 其余都是 2 度顶点, 则该图的顶点个数为

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

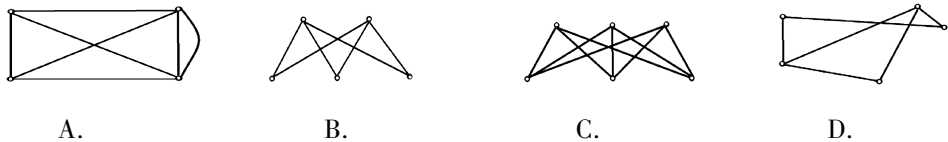
10. 下列无向完全图中不是平面图的是

- A. K_2 B. K_3 C. K_4 D. K_5

11. 下列图为欧拉图的是



12. 下列图中不是哈密顿图的是



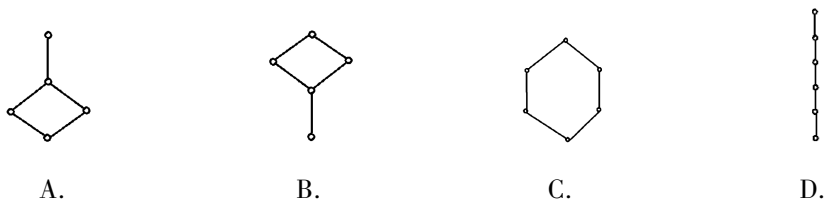
13. 设 $\langle L, \leq \rangle$ 是有界格, 则下列叙述中, 正确的是

- A. 全上界与全下界没有补元 B. 每个元都有补元
C. 每个元都没有补元 D. 至少有两个元素存在补元

14. 设 $S = \{a, b\}$, \circ 是 S 上二元运算, 满足 $a \circ a = b \circ a = a, a \circ b = b \circ b = b$, 则 $\langle S, \circ \rangle$ 满足

- A. 交换律、结合律 B. 交换律、幂等律
C. 结合律、幂等律 D. 交换律、消去律

15. 下列格中不是分配格的是



非选择题部分

注意事项:

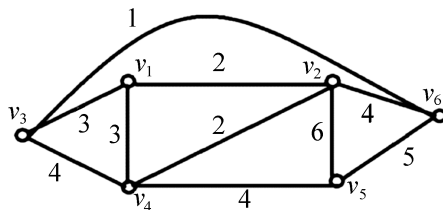
用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 两个不同小项的合取式的真值是_____。
17. 公式 $\forall xA(x) \rightarrow \exists yB(y)$ 的前束范式为_____。
18. 公式 $\forall x(A(x) \wedge \exists yB(y)) \leftrightarrow C(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是_____。
19. 设 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, $S = \{\langle 3, 1 \rangle\}$, 则 $\text{dom}(R \cup S^{-1}) =$ _____。
20. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 的一个划分为 $S = \{\{1, 4\}, \{2, 3\}\}$, 则 S 确定的 A 上等价关系 $R =$ _____。
21. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $P(A)$ 表示 A 的幂集, \oplus 表示集合的对称差, 则 $(P(A), \oplus)$ 的单位元是_____。
22. Klein 四元群中除了单位元外的其它元素的阶都是_____。
23. 设 G 为连通平面图, 有 7 个顶点, 其平面表示中共有 5 个面, 则边数为_____。
24. 6 阶非同构的树共有_____棵。
25. 有 10 个顶点的无向完全图, 需要删除_____条边才能得到生成树。

三、简答题:本大题共 8 小题,第 26 ~ 30 小题,每小题 6 分;第 31 ~ 33 小题,每小题 7 分,共 51 分。

26. 用真值表法判定命题公式 $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee \neg r)$ 是否为非重言式的可满足式。
27. 用等值演算法求命题公式 $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$ 的主合取范式。
28. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, 写出自反闭包 $r(R)$, 对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$ 的集合表达式。
29. 画出 $A = \{1, 2, 3, 9, 18\}$ 上整除关系的哈斯图, 并求 $B = \{2, 3, 9\}$ 的极大元、极小元。
30. 利用 Kruskal 算法求题 30 图所示的连通带权图的最小生成树, 请给出详细过程并画出最小生成树, 计算最小生成树的权。



题 30 图

31. 设 R 为 $N \times N$ 上的二元关系,

$$\forall \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in N \times N, \langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a = c$$

(1) 证明 R 为等价关系;

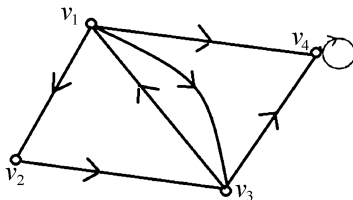
(2) 求 R 导出的等价类。

32. 设有向图 D 如题 32 图所示,

(1) 写出图 D 的邻接矩阵 M_D ;

(2) 计算图 D 中长度为 4 的通路数;

(3) 计算图 D 中长度小于或等于 4 的回路数。



题 32 图

33. 用二叉树表示算术表达式 $(a+3 * b) \div (c-d)$, 并给出该树的先序、中序、后序遍历序列。

四、证明题: 本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分。

34. 证明: 正实数集 R^+ , 对于普通乘法构成交换群。

35. 用归谬法证明下面有效推理。

$$\text{前提: } p \rightarrow \neg q, q \vee \neg r, r \wedge s$$

$$\text{结论: } \neg p$$