

离散数学试题

课程代码:02324

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小題选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小題,每小題 1 分,共 15 分。在每小題列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 令 p :天下大雨, q :小王早到。命题“只要天不下大雨,小王就会早到”的符号化形式为

A. $p \rightarrow q$

B. $q \rightarrow p$

C. $\neg p \rightarrow q$

D. $\neg q \rightarrow p$

2. 设令 $F(x)$: x 是火车, $G(x)$: x 是汽车, $L(x,y)$: x 比 y 快。命题“不存在比所有的火车都快汽车”的符号化形式为

A. $\forall x(F(x) \rightarrow \forall y(G(y) \rightarrow L(x,y)))$

B. $\exists x(F(x) \wedge \exists y(G(y) \wedge L(x,y)))$

C. $\neg \exists y(G(y) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow L(y,x)))$

D. $\neg \forall y(G(y) \rightarrow \forall x(F(x) \rightarrow L(x,y)))$

3. 下列谓词公式中,不是前束范式的为

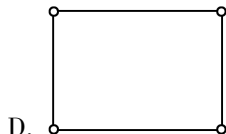
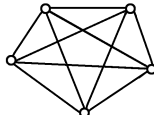
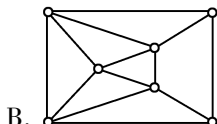
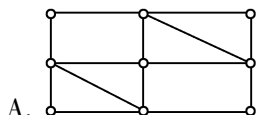
A. $\forall x(A(x) \wedge \exists yB(y))$

B. $\forall x \forall y(A(x) \rightarrow B(y))$

C. $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(y))$

D. $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(x,y))$

4. 下列不是欧拉图的为



5. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 现有 A 上的二元关系 $R = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle b, a \rangle \}$, 则 A 是

- A. 自反的
- B. 对称的
- C. 反对称的
- D. 传递的

6. 一个 6 阶简单无向图 G , 其各结点度数之和不可能为

- A. 10
- B. 12
- C. 18
- D. 34

7. 下列谓词恒等式, 不正确的是

- A. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- B. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$
- C. $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \Rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$
- D. $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$

8. 下列度数序列不能构成无向树的是

- A. $\{1, 1, 1, 2, 3\}$
- B. $\{1, 1, 2, 2, 2\}$
- C. $\{1, 1, 1, 1, 4\}$
- D. $\{1, 2, 3, 3, 3\}$

9. 存在经过图中所有边一次且仅一次的回路的图是

- A. 关系图
- B. 哈斯图
- C. 欧拉图
- D. 哈密顿图

10. 不能用来表达集合 A 上的二元关系 R 的方法是

- A. 关系矩阵
- B. 集合表达式
- C. 关系图
- D. 邻接矩阵

11. 已知 A, B, C, D 是任意集合, 则下列各式不成立的是

- A. $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$
- B. $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
- C. $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$
- D. $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

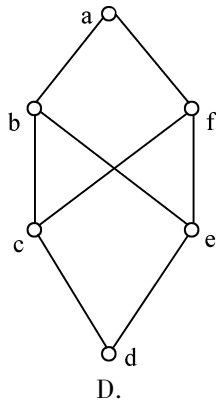
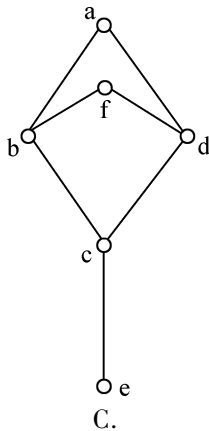
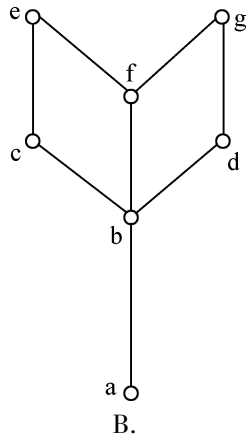
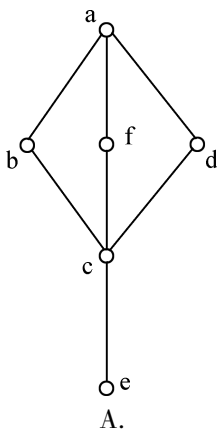
12. 要从一颗 4 阶树得到完全图 K_4 , 需要添加的边数为

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

13. 设 R, S 是集合 A 上的两个不同的等价关系, 则下列不是等价关系的为

- A. $R \cup S$
- B. $R - S$
- C. $R \circ S$
- D. $R \cap S$

14. 下图中 4 个偏序集的图形,能构成格的是



15. 下列函数均为 $f: N \times N \rightarrow N$, 其中不是满射的为

A. $f(\langle x, y \rangle) = xy$

B. $f(\langle x, y \rangle) = x+y$

C. $f(\langle x, y \rangle) = x^2 + y^2 + 1$

D. $f(\langle x, y \rangle) = |x-y|$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 设 R 为实数集合, $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3x + 2$, 则 $f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$, 函数 f 的性质是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 设 $A = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}, B = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$, $\text{dom } A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$, 则 $R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $R^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 设集合 A 有 4 个元素, 则 A 的幂集 $P(A)$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个元素。

20. 在整数域中, 命题公式 $\forall x \forall y \exists z (x-y=z)$ 的真值为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 命题公式 $\exists x \forall y \forall z (x+y=z)$ 的真值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

21. 一个 6 阶无向简单图 G 为连通图, 则 G 的边数至少为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条。

22. 设 T 为完全二叉树, 其叶结点数为 7, 则分支结点数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

23. 设集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, x, y \in A, x * y = (x+y) \bmod 7$, 则群 $\langle A, * \rangle$ 的单位元是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 任意非单位元的元素 x 的逆元是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

24. 一棵 n 阶树的邻接矩阵的非零元素个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

25. 若含 $n (n \geq 2)$ 个命题变项的命题公式 A 为可满足式, 则 A 的主合取范式中最多含有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个大项。

三、计算题:本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

26. 用列真值表的方法说明下列逻辑等价式成立

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r \Leftrightarrow \neg(p \wedge r) \wedge \neg(q \wedge r)$$

27. 求命题公式 $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow p$ 的主析取范式。

28. 对于集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ 和 $S = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$, 判断其是否具有右边列出的那些性质, 将题 28 表绘制在答题卡上作答。(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”)

题 28 表

性质 \ 关系	自反性	对称性	传递性
关系 R			
关系 S			

29. 画出下列集合关于整除关系的哈斯图:

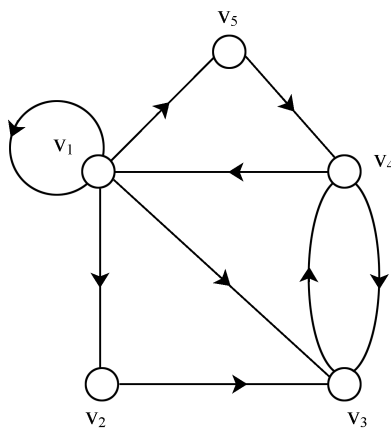
$$\{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$$

并判定该偏序集是否构成格。

30. 有向图 D 如题 30 图所示, 回答下列问题:

(1) 写出 D 的邻接矩阵 A ;

(2) D 中长度为 1、2、3、4 的通路各有多少条? 其中长度为 1、2、3、4 的回路分别为多少条?



题 30 图

四、证明题:本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分。

31. 设 R_1, R_2 为集合 A 上的关系, 证明 $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ 。

32. 设 $\langle A, * \rangle$ 是一个群, 且 $|A| = 2n, n \in \mathbb{Z}^+$. 证明: 在 A 中至少存在一个元素 a , 满足 $a \neq e$ 且使得 $a * a = e$. 其中 e 是单位元。

33. 证明前提“在本离散数学课上的每个人都掌握一定的图论基础知识”和“小华是本课上的学生”, 可得结论“小华掌握一定的图论基础知识”。

五、综合应用题:本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

34. 今有 a、b、c、d、e、f、g 共 7 人,已知下列情况:

- (1) a 会讲英语;
- (2) b 会讲英语和汉语;
- (3) c 会讲英语、西班牙语和俄语;
- (4) d 会讲汉语和日语;
- (5) e 会讲德语和西班牙语;
- (6) f 会讲法语、日语和俄语;
- (7) g 会讲法语和德语。

现在需要让这 7 人围成一圈,应当怎样安排座位,才能让每个人都能和两边的人交谈?

35. 设 R 是定义在所有 8 位二进制数串构成的集合上的二元关系:如果 s_1 和 s_2 中 0 的个数相同,则 $s_1 R s_2$.

- (1) 证明 R 是等价关系;
- (2) 共有多少个等价类?
- (3) 列举每个等价类的一个成员。