绝密 ★ 考试结束前

全国2017年4月高等教育自学考试

线性代数试题

课程代码:02198

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^{*}表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩。

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1．已知2阶行列式$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix} -3a_2 & a_1+2a_2 \\ -3b_2 & b_1+2b_2 \end{vmatrix}=$

A．-6　　B．-2　　C．2　　D．6

2．若矩阵A中有一个r阶子式不为零，且所有$r+1$阶子式都为零，则

A．$r(A)<r$　　B．$r(A)=r$　　C．$r(A)>r+1$　　D．$r(A)=r+1$

3．设向量组$\boldsymbol{\alpha}=(1,0,0)^{T}$，$\boldsymbol{\beta}=(0,1,0)^{T}$，下列向量中可以表为$\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$线性组合的是

A．$(2,1,1)^{T}$　　B．$(2,0,1)^{T}$　　C．$(2,1,0)^{T}$　　D．$(0,1,1)^{T}$

4．设线性方程组$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_1+x_2+x_3=0 \\ x_1-x_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解，则$k$的值为

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

5．设$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\-1&x&2\\0&0&1\end{pmatrix}$，且$A$的特征值为1，2，3，则$x=$

A．-2　　B．2　　C．3　　D．4

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．行列式$\begin{vmatrix}\sin\alpha+\cos\alpha & -\sin\alpha+\cos\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{vmatrix}=$____.

7．设$\begin{vmatrix}-1&0&x\\1&1&-1\\1&-1&1\end{vmatrix}=a_1x+a_0$，则$a_1=$________.

8．设A为2阶矩阵，若将A第二列的2倍加到第一列得到矩阵$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，

则$A=$

________.

9．设A,B均为2阶可逆矩阵，则$\begin{pmatrix}3A&O\\O&B\end{pmatrix}^{-1}=$________.

10．已知向量组$\alpha_1=(1,1,0)^T,\alpha_2=(3,0,k)^T,\alpha_3=(1,2,3)^T$线性相关，则$k=$________.

11．设α_1,α_2是非齐次线性方程组$Ax=b$的解，k_1,k_2是常数，若$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2$也是$Ax=b$的一个解，则$k_1+k_2=$________.

12．设线性方程组$\begin{cases}x_1-2x_2+3x_3=a\\ \quad\ \ x_2-x_3=b\\ x_1\quad\quad\ +x_3=c\end{cases}$有解，则数$a,b,c$应满足________.

13．设3阶矩阵A的特征值为$1,-2,3$，则$|A^2+E|=$________.

14．若n阶矩阵$\boldsymbol{A}$满足$|3\boldsymbol{E}+2\boldsymbol{A}|=0$，则$\boldsymbol{A}$必有一个特征值为________.

15．二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2+x_2x_3$的矩阵为________.

三、计算题（本大题共7小题，每小题9分，共63分）

16．计算行列式$D=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 \end{vmatrix}$.

17．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求$\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}$.

18．设矩阵$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$满足$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{B}$，其中$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，求矩阵$\boldsymbol{B}$.

19．求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,\ 2,\ 1,\ 4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,-1,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-2,8,8)^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{\alpha}_4=(2,3,8,9)^{\mathrm{T}}$的一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表出.

20．设线性方程组

$$\begin{cases} -x_1-4x_2+\quad x_3 \quad =1 \\ \qquad kx_2-\ 3x_3 \quad =3 \\ x_1+3x_2+(k+1)x_3=0 \end{cases},$$

确定k取何值时，方程组有惟一解、无解、有无穷多解，并在有无穷多解时求出其通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$与对角矩阵$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$相似，求常数$a$的值和可逆矩阵

$\boldsymbol{P}$，使得$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{B}$.

22．求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$，将二次型$f(x_1,x_2)=5x_1^2-4x_1x_2+5x_2^2$化为标准形.

四、证明题（本题7分）

23．设n阶矩阵$\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{E}$，且满足$\mathrm{r}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})+\mathrm{r}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})=n$，证明：$-1$是$\boldsymbol{A}$的一个特征值.