

# 全国 2015 年 4 月高等教育自学考试 概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

### 一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设  $A, B$  为随机事件,且  $B \subset A$ ,  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.2$ , 则  $P(B|A) =$   
 A. 0.2                      B. 0.4                      C. 0.5                      D. 1
2. 设随机变量  $X \sim B(3, 0.2)$ , 则  $P\{X > 2\} =$   
 A. 0.008                      B. 0.488                      C. 0.512                      D. 0.992
3. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$ , 则  $X \sim$   
 A.  $N(-2, 2)$                       B.  $N(-2, 4)$                       C.  $N(2, 2)$                       D.  $N(2, 4)$
4. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 则下列结论中不一定成立的是  
 A.  $F(-\infty) = 0$                       B.  $F(+\infty) = 1$                       C.  $0 \leq F(x) \leq 1$                       D.  $F(x)$  是连续函数
5. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$Y$	0	1	2
$X$	1	2	0.25
	0	0.15	0.3

则  $P(X \leq Y) =$

- A. 0.25                      B. 0.45                      C. 0.55                      D. 0.75

6. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\frac{1}{2}$  的指数分布, 则  $E(2X-1)=$
- A. 0                      B. 1                      C. 3                      D. 4
7. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $D(X)=D(Y)=4$ , 则  $D(3X-Y)=$
- A. 8                      B. 16                      C. 32                      D. 40
8. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(0, 1)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自  $X$  的样本, 则  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \sim$
- A.  $N\left(0, \frac{1}{n}\right)$               B.  $N(0, 1)$               C.  $\chi^2(n)$               D.  $t(n)$
9. 设  $x_1, x_2, x_3, x_4$  为来自总体  $X$  的样本, 且  $E(X)=\mu$ . 记  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + x_3)$ ,  
 $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}(x_1 + x_3 + x_4)$ ,  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_4)$ ,  $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{5}(x_2 + x_3 + x_4)$ , 则  $\mu$  的无偏估计是
- A.  $\hat{\mu}_1$                       B.  $\hat{\mu}_2$                       C.  $\hat{\mu}_3$                       D.  $\hat{\mu}_4$
10. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$ ,  $\sigma_0^2$  已知,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{x}$  为样本均值. 假设  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ ,  $\mu_0$  已知, 检验统计量  $u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$ , 给定检验水平  $\alpha$ , 则拒绝  $H_0$  的理由是
- A.  $|u| < u_{\frac{\alpha}{2}}$               B.  $|u| > u_{\frac{\alpha}{2}}$               C.  $|u| < u_{\alpha}$               D.  $|u| > u_{\alpha}$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题 (本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

11. 设事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(A)=0.3$ ,  $P(B)=0.5$ , 则  $P(AB)=$ \_\_\_\_\_.
12. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(A)=0.6$ ,  $P(B)=0.3$ ,  $P(B|A)=0.2$ , 则  $P(A \cup B)=$ \_\_\_\_\_.
13. 设某射手命中率为 0.7, 他向目标独立射击 3 次, 则至少命中一次的概率为\_\_\_\_\_.

14. 设随机变量  $X$  的分布律为

$X$	0	1	2
$P$	0.1	$c$	0.3

则常数  $c =$  \_\_\_\_\_.

15. 设随机变量  $X \sim B(2, 0.1)$ , 则  $P\{X=1\} =$  \_\_\_\_\_.

16. 设随机变量  $X$  服从区间  $[a, b]$  上的均匀分布, 则当  $a < x < b$  时,  $X$  的分布函数

$F(x) =$  \_\_\_\_\_.

17. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $P\{X \leq 2\} = \frac{1}{3}$ ,  $P\{Y \leq 1\} = \frac{2}{5}$ , 则  $P\{X \leq 2, Y \leq 1\} =$  \_\_\_\_\_.

18. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  服从区间  $[-2, 2]$  上的均匀分布,  $Y$  服从参数为 1 的指数分布. 则当  $-2 < x < 2$ ,  $y > 0$  时,  $(X, Y)$  的概率密度  $f(x, y) =$  \_\_\_\_\_.

19. 设随机变量  $X$  与  $Y$  的相关系数为 0.4, 且  $D(X) = D(Y) = 9$ , 则  $\text{Cov}(X, Y) =$  \_\_\_\_\_.

20. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布,  $E(X) = 5$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

21. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X \sim N(2, 4)$ ,  $Y \sim U(-1, 3)$ , 则  $E(XY) =$  \_\_\_\_\_.

22. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

	$Y$	1	2
$X$	0	0.1	0.3
	1	0.2	0.4

则  $P\{X+Y \leq 2\} =$  \_\_\_\_\_.

23. 设随机变量  $X$  的方差  $D(X)$  存在, 则对任意小正数  $\varepsilon$ , 有  $P\{|X - E(X)| < \varepsilon\} \geq$  \_\_\_\_\_.

24. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自正态总体  $N(1, 4)$  的样本, 则  $\frac{\bar{x} - 1}{2/\sqrt{n}} \sim$  \_\_\_\_\_.

25. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 检验假设  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ ,  $\mu_0$  已知, 给定检验水平  $\alpha$ , 则拒绝  $H_0$  的可信度为 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 盒中有 4 个白球, 2 个红球. 从中连续不放回地取两次, 每次取 1 个球. 求第二次取到红球的概率.

27. 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$  其概率密度为  $f(x)$ .

求: (1)  $f(5)$ ; (2)  $P\{X > 5\}$ .

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 设随机变量  $X$  服从  $[0,1]$  上的均匀分布，随机变量  $Y$  的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

且  $X$  与  $Y$  相互独立.

求：(1)  $X$  的概率密度  $f_X(x)$ ；(2)  $(X, Y)$  的概率密度  $f(x, y)$ ；(3)  $P\{X+Y \leq 1\}$ .

29. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

	$Y$	$-1$	$0$	$1$
$X$				
$0$		0.1	0.2	0.3
$1$		0.2	0.1	0.1

求：(1)  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ；(2)  $D(X)$ ,  $D(Y)$ ；(3)  $E(XY)$ ,  $\text{Cov}(X, Y)$ .

五、应用题（10 分）

30. 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (\theta > 0)$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自总体  $X$  的样本，求未知参数  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}$ .