

全国 2015 年 10 月高等教育自学考试 概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设事件 A 与 B 互不相容,且 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.2$, 则 $P(A \cup B) =$
 A. 0 B. 0.2 C. 0.4 D. 0.6
2. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.3)$, 则 $P\{X=2\} =$
 A. 0.189 B. 0.21 C. 0.441 D. 0.7
3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $a =$
 A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 3
4. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & 0.2 & 0.6 & 0.2 \end{array}$, 则 $P\{X^2=1\} =$
 A. 0.2 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.8
5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	0	1	2
X	0	0.1	0.2
	0.1	0.2	0.3
	1	0.1	0.2
		0.1	0.1

则 $P\{X=1\} =$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

6. 设随机变量 $X \sim N(3, 2^2)$, 则 $E(2X+3) =$

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 15

7. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, Y 在 $[a, b]$ 区间上服从均匀分布, 则

$$D(X-2Y) =$$

- A. $\sigma^2 + \frac{1}{3}(b-a)^2$ B. $\sigma^2 - \frac{1}{3}(b-a)^2$
C. $\sigma^2 + \frac{1}{6}(b-a)^2$ D. $\sigma^2 - \frac{1}{6}(b-a)^2$

8. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \theta > 0$, x_1, x_2, \dots, x_n 为 X 的一个样本,

\bar{x} 为样本均值, 则 $E(\bar{x}) =$

- A. $\frac{1}{\theta}$ B. θ C. $\frac{1}{\theta^2}$ D. θ^2

9. 设 x_1, x_2, \dots, x_n ($n > 2$) 为总体 X 的一个样本, 且 $E(X) = \mu$ (μ 未知), \bar{x} 为样本均值, 则 μ 的无偏估计为

- A. $n\bar{x}$ B. \bar{x} C. $(n-1)\bar{x}$ D. $\frac{1}{(n-1)}\bar{x}$

10. 设 α 是假设检验中犯第一类错误的概率, H_0 为原假设, 以下概率为 α 的是

- A. $P\{\text{接受}H_0 | H_0 \text{不真}\}$ B. $P\{\text{拒绝}H_0 | H_0 \text{真}\}$
C. $P\{\text{拒绝}H_0 | H_0 \text{不真}\}$ D. $P\{\text{接受}H_0 | H_0 \text{真}\}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题 (本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

11. 袋中有编号为 0, 1, 2, 3, 4 的 5 个球. 今从袋中任取一球, 取后放回; 再从袋中任取一球, 则取到两个 0 号球的概率为_____.

12. 设 A, B 为随机事件, 则事件“ A, B 至少有一个发生”可由 A, B 表示为_____.

13. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4$. 则 $P(\overline{A \cup B}) =$ _____.

14. 设 X 表示某射手在一次射击中命中目标的次数, 该射手的命中率为 0.9 , 则 $P\{X = 0\} =$ _____.

15. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X > 2\} =$ _____.

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1
X			
0		$\frac{9}{25}$	$\frac{6}{25}$
1		$\frac{6}{25}$	c

则 $c =$ _____.

17. 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(0, 0; 1, 1; 0)$, 则 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) =$ _____.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $D: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$ 上的均匀分布, 则 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$ 在 D 上的表达式为 _____.

19. 设 X 在区间 $[1, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $E(X) =$ _____.

20. 设 $X \sim B\left(5, \frac{1}{5}\right)$, 则 $D(X) =$ _____.

21. 设随机变量 X 与 Y 的协方差 $\text{Cov}(X, Y) = -\frac{1}{2}$, 则 $\text{Cov}\left(3X, \frac{Y}{2}\right) =$ _____.

22. 在贝努利试验中, 若事件 A 发生的概率为 p ($0 < p < 1$), 今独立重复观察 n 次, 记

$X_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 次试验 } A \text{ 发生,} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 次试验 } A \text{ 不发生,} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad \Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq 2 \right\} = \text{_____}.$$

23. 设 $X \sim N(0, 1), Y \sim \chi^2(10)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $\frac{X}{\sqrt{Y/10}} \sim$ _____.

24. 设统计量 $T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为未知参数 θ 的一个无偏估计量, 则 $E(T(x_1, \dots, x_n))$
= _____.

25. 设某总体 X 的样本为 x_1, x_2, \dots, x_n , $D(X) = \sigma^2$, 则 $D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right) =$ _____.

三、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 已知甲袋中有 3 个白球、2 个红球; 乙袋中有 1 个白球、2 个红球. 现从甲袋中任取一球放入乙袋, 再从乙袋中任取一球, 求该球是白球的概率.

27. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x$, $-\infty < x < +\infty$.

求: (1) X 的概率密度 $f(x)$; (2) $P\{|X| < 1\}$.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 箱中装有 10 件产品, 其中 8 件正品, 2 件次品, 从中任取 2 件, X 表示取到的次品数. 求: (1) X 的分布律; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $P\{0 < X \leq 2\}$.

29. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(-2, 2; 2^2, 3^2; \rho)$.

(1) 当 $\rho = 0$ 时, 求 $E(X+2Y)$, $D(X+2Y)$;

(2) 当 $\rho = \frac{1}{2}$ 时, 求 $\text{Cov}(2X, Y)$.

五、应用题 (10 分)

30. 在某次考试中, 随机抽取 16 位考生的成绩, 算得平均成绩为 $\bar{x} = 68.95$ 分. 若设这次考试成绩 $X \sim N(\mu, 16)$, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 可否认为全体考生的平均成绩为 70 分? (附: $u_{0.025} = 1.96$)