绝密 ★ 考试结束前

2023年4月高等教育自学考试

概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设事件A,B满足$P(B)=0.4$,$P(AB)=0.2$,则$P(\overline{A}\mid B)=$

A. 0.1　　B. 0.3　　C. 0.5　　D. 0.7

2. 设随机变量X的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{array}$,则$P\{X<1\}=$

A. 0　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.5

3. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 1-e^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0, \end{cases}$ 则$P\{-2\le X\le 2\}=$

A. $1-e^{-2}$　　B. $e^{2}-e^{-2}$　　C. $2(1-e^{-2})$　　D. $1-2e^{-2}$

4. 设随机变量$X\sim N(2,\sigma^2)$,且$P\{2\le X\le 4\}=0.1$,则$P\{X\le 0\}=$

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

5. 设随机变量X的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 2 \\ \hline P & 2c & c & 3c \end{array}$,则$E(X^2)=$

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{7}{3}$

6．设随机变量 X 与 Y 相互独立，它们的分布律分别为 $\begin{array}{c|cc} X & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{array}$，$\begin{array}{c|cc} Y & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$

则 $P\{X-Y=1\}=$

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{1}{2}$

7．对于两个随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则必有

A．$D(X-Y)=D(X)-D(Y)$　　B．$D(XY)=D(X)D(Y)$

C．X 与 Y 相互独立　　D．X 与 Y 不相关

8．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布（$\lambda>0$），则 $\frac{D(X+2)}{E(X)}=$

A．1　　B．$\frac{\lambda+2}{\lambda}$　　C．$\frac{1}{\lambda}$　　D．λ

9．设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自总体 X 的样本，θ 是 X 的分布中的未知参数，若 $\hat{\theta}$ 为 θ 的无偏估计，则必有

A．$E(\hat{\theta})=\theta$　　B．$E(\hat{\theta}^2)=\theta$　　C．$D(\hat{\theta})=\theta$　　D．$\hat{\theta}=\theta$

10．在假设检验问题中，第二类错误是

A．在 H_0 成立的情况下，经检验 H_0 被接受

B．在 H_1 成立的情况下，经检验 H_0 被接受

C．在 H_0 成立的情况下，经检验 H_0 被拒绝

D．在 H_1 成立的情况下，经检验 H_0 被拒绝

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设事件 A,B 满足 $A\subset B$，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.5$，则 $P(B-A)=$______.

12．将一枚均匀硬币连续投掷 4 次，则正面、反面恰好各出现 2 次的概率为______.

13．已知 5 件产品中有 2 件一等品，3 件二等品，从中任取 3 件，则恰好取出 2 件一等品的概率为______.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2}{a^3}, & 0\le x\le a,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 则 $P\left\{X=\dfrac{a}{2}\right\}=$______.

15. 设随机变量 $X\sim B\left(n,\dfrac{1}{3}\right)$，且 $D(X)=8$，则 $n=$______.

16. 设随机变量 X 服从泊松分布，且 $P\{X=1\}=2P\{X=2\}$，则 $D(X)=$______.

17. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	1	2
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

则 $P\{X=Y\}=$______.

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=4$， $D(Y)=5$，则 $D(3X-Y)=$______.

19. 设随机变量 $X\sim N(1,2^2)$，Y 服从区间 $\left[0,\sqrt{3}\right]$ 上的均匀分布，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=\dfrac{1}{2}$，则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$______.

20. 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，则由切比雪夫不等式估计概率 $P\{|X-0.5|<1\}\ge$______.

21. 设总体 $X\sim N(\mu,3^2)$, $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自 X 的样本，则样本均值 $\bar{x}\sim$______.

22. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, x_1,x_2,x_3,x_4 是来自 X 的样本，样本均值为 $\bar{x}$，

则 $\dfrac{1}{\sigma^2}\sum\limits_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2$ 服从分布的自由度为______.

23. 设总体 X 的数学期望 $E(X)=\dfrac{\alpha}{2}$， α 是未知参数， $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{x}$ 是样本均值，则 α 的矩估计 $\hat{\alpha}=$______.

24. 设 x_1,x_2,x_3 是来自总体 X 的样本，且 $D(X)=1$，记 $\hat{\mu}=\dfrac{1}{2}x_1+\dfrac{1}{3}x_2+\dfrac{1}{6}x_3$，

则 $D(\hat{\mu})=$______.

25. 已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自 X 的样本，样本方差为 s^2，欲检验假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2,\ H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$，其中 σ_0^2 为已知数，则可采用的检验统计量的表达式是______.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cy, & 0\le x\le 1, x^2\le y\le 1,\\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

求：（1）常数 c；（2）X,Y 的概率密度 $f_X(x),f_Y(y)$.

27. 设二维随机变量 (X,Y) 服从区域 $D=\{(x,y):0\le x\le 1,0\le y\le 2\}$ 上的均匀分布.

求：（1）(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（2）$E(X+Y)$；（3）$E(XY)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设袋中有 3 个白球，2 个红球，连续不放回地从袋中取两次球，每次取一个.

求：（1）第一次取到白球，第二次取到红球的概率 p_1；

（2）两次取到不同颜色球的概率 p_2；

（3）第二次取球取到红球的概率 p_3.

29. 设随机变量 $X\sim N(1,9)$, $Y\sim N(0,16)$, 且 X 与 Y 的相关系数为 $\rho_{XY}=-0.5$,

$Z=\frac{1}{3}X+\frac{1}{2}Y$. 求：（1）$E(Z)$, $D(Z)$；（2）$\mathrm{Cov}(X,Z)$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 设某厂生产的零件长度 $X\sim N(\mu,2^2)$ (单位：mm)，现从生产出的一批零件中随机抽取了 16 件，经测量并算得零件长度的平均值 $\bar{x}=56$，求总体均值 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间 $(\alpha=0.05,\ u_{0.025}=1.96)$.