

2023 年 4 月高等教育自学考试

高等数学(四) 试题

课程代码:06604

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 函数 $y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+2}$ 的定义域为

A. $[-2, +\infty)$

B. $(-2, +\infty)$

C. $[-2, +\infty)$ 且 $x \neq \pm 1$

D. $(-2, +\infty)$ 且 $x \neq \pm 1$

2. 函数极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+3}{x-2} =$

A. 5

B. 2

C. -2

D. -5

3. 直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $x+y+2z=2$ 的位置关系为

A. 平行

B. 垂直

C. 直线通过平面

D. 相交不垂直

4. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$, 则 $f(x)$ 的微分为

A. $e^{2x} dx$

B. $2e^{2x} dx$

C. $e^x dx$

D. $2e^x dx$

5. 已知函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin x + 2$, 则 $f(x)$ 为

A. $\cos x$

B. $\cos x + 2$

C. $-\cos x + 2x$

D. $-\cos x$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。

6. 函数 $f(x) = x + \ln x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 的单调性为_____.

7. 已知 $f(x) = e^x, g(x) = \sqrt{x+1}$, 则 $f[g(x)]$ 为_____.

8. 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n}{n^3 + 2n - 1} =$ _____.

9. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 < x \leq 0 \\ ae^x & 0 < x < 1 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____.

10. 曲线 $y = \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的法线方程为 $y = ax + 1$, 则 $a =$ _____.

11. $d(\quad) = 2x \cos(1+x^2) dx$.

12. 若 $f(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$, 则 $f'(x) =$ _____.

13. 正项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 的敛散性为_____. (收敛或发散)

14. $y'' + yy' = x^3$ 是_____阶微分方程.

15. $\alpha = \{1, 2, 2\}$ 的模为_____.

三、计算题:本大题共 9 小题,共 52 分。

(一) (每小题 5 分,共 20 分)

16. 已知函数 $y = \frac{e^{2x}}{x^2}$, 求微分 dy .

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

18. 求不定积分 $\int (3 + 5x)^3 dx$.

19. 求定积分 $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$.

(二) (每小题 6 分,共 18 分)

20. 设隐函数 $y = y(x)$ 由方程 $2y^2 - x^2 + y = 1$ 确定, 求 y' .

21. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$.

22. 求解微分方程 $e^y dy = x dx$ 的通解.

(三) (每小题 7 分, 共 14 分)

23. 已知函数 $z = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

24. 求不定积分 $\int \left(\frac{1}{e^x + e^{-x}} + \sqrt{x} \right) dx$.

四、应用题: 本大题 8 分。

25. 求由曲线 $y = 1 - x^2$ 与直线 $y = 1 - x$ 所围成的平面图形的面积.