

经济应用数学试题

课程代码:06956

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 如果函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $g(x) = f(x + \frac{1}{4}) + f(x - \frac{1}{4})$ 的定义域是

- A. $[0, 1]$ B. $[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ C. $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ D. $[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}]$

2. 设 $f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}$, 当 $x \neq 0$ 时, $F(x) = f(x)$ 。若 $F(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 $F(0)$ 等于

- A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

3. 下列函数在区间 $[0, 3]$ 上不满足拉格朗日定理条件的是

- A. $f(x) = 2x^2 + x + 1$ B. $f(x) = \cos(x + 1)$
C. $f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}$ D. $f(x) = \ln(1 + x)$

4. 下列级数收敛的是

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^2}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^2 + 2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{100})^n$

5. 微分方程 $y' = y$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 2$ 的特解是

- A. $y = 2e^x$ B. $y = e^{2x} + 1$ C. $y = e^{2x}$ D. $y = e^x$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

6. 设 $f\left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x}\right) = \frac{1}{x}$, 则 $f(x) =$ _____.

7. 曲线 $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 1$ 的拐点坐标是 _____.

8. 函数 $y = y(x)$ 由方程 $y + xe^y = ye^x + x$ 确定, 则 $y' =$ _____.

9. 若 $f(u)$ 可导, 且 $y = f(e^x)$, 则有 $dy =$ _____ dx .

10. 函数 $y = x - \ln x$ 的单调增加区间是 _____.

11. 曲线 $y = \arctan \frac{x^2 + 1}{2}$ 有一条渐近线 _____.

12. 设 $y = k \tan 2x$ 的一个原函数为 $\frac{2}{3} \ln \cos 2x$, 那么 $k =$ _____.

13. 设 $f(x)$ 连续, $\int_0^1 axf(2x) dx = \int_0^2 xf(x) dx$, 则常数 $a =$ _____.

14. 已知 $yz + zx + xy = 1$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

15. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的前 n 项部分和 $S_n = \frac{3n}{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$), 则此级数的通项 $u_n =$ _____.

三、计算题:本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分。

16. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\ln(1 + 2x^2)}$.

17. 设 $y = e^5 + \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$, 求 y' .

18. 求不定积分 $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$.

19. 求解微分方程 $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ 满足 $y|_{x=0} = 2$ 的特解.

20. 计算 $\iint_D x\sqrt{y} d\sigma$, 其中 D 是由两条抛物线 $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ 所围成的闭区域.

21. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{n^2}}{n!}$ 的收敛性.

四、计算题(二):本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

22. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3} - b}{x-1} = 1$, 求常数 a, b .

23. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x}\right)^{ax} = \int_{-\infty}^a te^t dt$, 求常数 a 的值.

五、应用题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

24. 某工厂生产甲种产品 x (百个) 和乙种产品 y (百个) 的总成本函数为 $C(x, y) = 4x + 3y + 10$ (万元). 甲、乙两种产品的需求函数分别为 $x = 20 - P_{\text{甲}}, y = 25 - P_{\text{乙}}$, 其中 $P_{\text{甲}}, P_{\text{乙}}$ 分别为甲产品与乙产品相应的售价(万元/百个), 求两种产品产量各为多少时可获得最大利润, 最大利润是多少?

25. 求曲线 $y = 2 - x^2$ 和直线 $y = 2x + 2$ 所围成图形的面积.

六、证明题:本大题 4 分。

26. 证明:当 $x > 1$ 时, $x^3 + 5 > 9x - 3x^2$.