

4. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{16}, & 0 < x < 4, 0 < y < 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则 $P\{0 < X < 2, 0 < Y < 2\} =$

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{9}{16}$ D. 1

5. 设随机变量 X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布, 则 $D(X) =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4

6. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(10, 0.6)$, Y 服从均匀分布 $U(0, 2)$, 则 $E(X - 2Y) =$

- A. 4 B. 5 C. 8 D. 10

7. 设 (X, Y) 为二维随机变量, 且 $D(X) > 0$, $D(Y) > 0$, ρ_{XY} 为 X 与 Y 的相关系数, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$

- A. $\rho_{xy} \cdot \sqrt{D(X)} \cdot \sqrt{D(Y)}$ B. $\rho_{xy} \cdot D(X) \cdot D(Y)$
C. $E(X) \cdot E(Y)$ D. $D(X) \cdot D(Y)$

8. 设总体 $X \sim N(0, 1)$, x_1, x_2, \dots, x_5 为来自 X 的样本, 则 $\sum_{i=1}^5 x_i^2 \sim$

- A. $N(0, 5)$ B. $\chi^2(5)$ C. $t(5)$ D. $F(1, 5)$

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值, s 为样本标准差. 则 μ 的无偏估计量为

- A. s B. s^2 C. \bar{x} D. \bar{x}^2

10. 要检验变量 y 和 x 之间的线性关系 $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ 是否显著, 其中 ε 为随机误差, 即考察由一组观测数据 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, 得到的回归方程 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 是否有实际意义, 则需要检验假设

- A. $H_0: \hat{\beta}_1 = 0, H_1: \hat{\beta}_1 \neq 0$ B. $H_0: \hat{\beta}_0 = 0, H_1: \hat{\beta}_0 \neq 0$
C. $H_0: \beta_1 = 0, H_1: \beta_1 \neq 0$ D. $H_0: \beta_0 = 0, H_1: \beta_0 \neq 0$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

11. 设随机事件 A, B 互不相容, 且 $P(A)=0.7$, $P(B)=0.3$, 则 $P(AB)=$ _____.

12. 设随机事件 A, B 相互独立, 且 $P(A)=0.9$, $P(B)=0.5$, 则 $P(A|B)=$ _____.

13. 已知 10 件产品中有 1 件次品, 从中任取 2 件, 则未取到次品的概率为_____.

14. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|cccc} X & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline P & a & 0.1 & 2a & 0.3 \end{array}$, 则常数 $a=$ _____.

15. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则当 $0 \leq x \leq 1$ 时, X 的分布函数

$F(x)=$ _____.

16. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 其分布函数为 $\Phi(x)$, 则 $\Phi(0)=$ _____.

17. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	1	2	3
X	0	0.10	0.10
	1	0.30	0.15

则 $P\{X+Y=2\}=$ _____.

18. 设随机变量 X 的期望 $E(X)=2$, 随机变量 Y 的期望 $E(Y)=4$, 又 $E(XY)=0$, 则 $\text{Cov}(X, Y)=$ _____.

19. 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 则 $E(X^2)=$ _____.

20. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim N(0,4)$, 则 $D(X+2Y)=$ _____.

21. 设随机变量 $X \sim B(100, 0.8)$, 应用中心极限定理可算得 $P\{76 < X < 84\} \approx$ _____.

(附: $\Phi(1)=0.8413$)

22. 设总体 $X \sim N(0,16)$, x_1, x_2, \dots, x_{10} 为来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值, 则 $D(\bar{x})=$ _____.

23. 设总体 X 服从均匀分布 $U(\theta, 3\theta)$, x_1, x_2, \dots, x_{100} 是来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值, 则 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$ _____.

24. 设总体 X 的概率密度含有未知参数 θ , 且 $E(X)=4\theta$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值. 若 $c\bar{x}$ 为 θ 的无偏估计, 则常数 $c=$ _____.

25. 设一元线性回归模型为 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, 且各 ε_i 相互独立, 则 $E(y_i) =$ _____

三、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 设甲、乙、丙三个工厂生产同一种产品, 由于各工厂规模与设备、技术的差异, 三个工厂产品数量比例为 1:2:1, 且产品次品率分别为 1%, 2%, 3%.

求: (1) 从该产品中任取 1 件, 其为次品的概率 p_1 ;

(2) 在取出 1 件产品是次品的条件下, 其为乙厂生产的概率 p_2 .

27. 设随机变量 X 服从均匀分布 $U(0, 2)$, Y 服从参数为 2 的指数分布, 且 X 与 Y 相互独立.

求: (1) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$; (2) $P\{X \leq 1, Y \leq 2\}$.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 已知某型号电子元件的寿命 X (单位: 小时) 具有概率密度

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6000}{x^2}, & x \geq 6000, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

一台仪器装有 2 个此型号的电子元件, 其中任意一个损坏时仪器便不能正常工作. 假设 2 个电子元件损坏与否相互独立.

求: (1) X 的分布函数;

(2) 一个此型号电子元件工作超过 8000 小时的概率;

(3) 一台仪器能正常工作 8000 小时以上的概率.

29. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 2c, & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求: (1) 常数 c ; (2) $P\{-0.5 \leq X \leq 0.5\}$; (3) $E(X^3)$.

五、应用题 (10 分)

30. 设某车间生产的零件长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (单位: mm), 现从生产出的一批零件中随机抽取 25 件, 测得零件长度的平均值 $\bar{x} = 1970$, 标准差 $s = 100$, 如果 σ^2 未知, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为该车间生产的零件的平均长度是 2020 mm?

(附 $t_{0.025}(24) = 2.064$)