绝密 ★ 考试结束前

2023年10月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设A,B为随机事件，则$\overline{AB}=$

A. $\overline{A}\cap\overline{B}$　　B. $A\cap\overline{B}$　　C. $\overline{A}\cap B$　　D. $\overline{A}\cup\overline{B}$

2. 设随机变量$X\sim N(-3,2)$，则下列随机变量服从标准正态分布的是

A. $\dfrac{X+3}{2}$　　B. $\dfrac{X+3}{\sqrt{2}}$　　C. $\dfrac{X-3}{2}$　　D. $\dfrac{X-3}{\sqrt{2}}$

3. 设随机变量X的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{4} & c & 2c \end{array}$，则$P\{X\geqslant 1\}=$

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. 1

4. 设X服从区间$[0,3]$上的均匀分布，则$P\{|X|<1\}=$

A. 0　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 1

5. 设二维随机变量(X,Y)的分布律为

X \ Y	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

则$P\{Y-X\geqslant 1\}=$

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

6．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从参数为 2 与 3 的泊松分布，则 $P\{X+Y=0\}=$

A． e^{-5}　　B． e^{-3}　　C． e^{-2}　　D． e^{-1}

7．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=3$ ， $D(Y)=2$ ，则 $D(2X-Y)=$

A． 4　　B． 8　　C． 14　　D． 16

8．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	2	3
0	0.2	0
1	0.3	0.5

则 $E(XY)=$

A． 0.8　　B． 1.5　　C． 2.1　　D． 2.5

9．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ ， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ （ $n \geqslant 2$ ）是来自 X 的样本， $\bar{X}$ 是样本均值，

则 $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 服从的分布是

A． $\chi^2(n)$　　B． $\chi^2(n-1)$　　C． $t(n)$　　D． $t(n-1)$

10．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ ， $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自 X 的样本，其中 σ^2 未知， $\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，检验假设 $H_0{:}\mu=1$; $H_1{:}\mu\neq 1$ ，采用的检验统计量为

A． $\frac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$　　B． $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$　　C． $\frac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$　　D． $\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设 A,B 是随机事件，则随机事件“A,B 中至少有一个发生”表示为________．

12．盒中有 3 个白球，2 个红球，若不放回地随机取出两球，则第二次才取到白球的概率是________．

13．设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，

则 $F(1.5)=$________．

14．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 则常数 $c=$________．

15．设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $P\{X>1\}=\mathrm{e}^{-1}$，则 $P\{X>3\}=$________．

16．设随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X,Y 相互独立，则二维随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=$________．

17．设随机变量 $X\sim N(2,4)$，且 $Y=3-2X$，则 $D(Y)=$________．

18．设随机变量 $X\sim B(16,0.5)$，随机变量 Y 服从参数为 9 的泊松分布，

则 $E(X-2Y+1)=$________．

19．已知 $E(X)=2$，$E(Y)=2$，$E(XY)=4$，则 X,Y 的协方差 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$________．

20．设 $X\sim B(100,0.4)$，则利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X-40|\geqslant 6\}\leqslant$________．

21．设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，

则 $E(\bar{X})=$________．

22．设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本值，其样本均值 $\bar{x}=3$，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda}=$________．

23．设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值；总体 $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 为来自 Y 的样本，$\bar{Y}$ 为样本均值，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(\bar{X}+\bar{Y})=$________．

24．设总体 $X\sim N(\mu,16)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值．欲检验假设：$H_0:\mu=\mu_0$；$H_1:\mu\neq\mu_0$，则采用检验统计量的表达式为________．

25．在一元线性回归模型 $y_i=\beta_0+\beta_1 x_i+\varepsilon_i$，$i=1,2,\cdots,n$ 中，记 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$，

$L_{xx}=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2,L_{xy}=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}$，则 β_1 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_1=$________．

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 据统计某仪器在 A，B，C 三种不同状态下工作时间比例为 7 : 2 : 1，且发生故障的概率分别为 $0.01, 0.02, 0.04$.

求：（1）该仪器发生故障的概率；

（2）当仪器发生故障时，恰在状态 B 下工作的概率.

27. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cy^2, & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

求：（1）常数 c ；（2） $P\{X+Y<1\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-y}, & y>0, \\ 0, & y\leqslant 0, \end{cases}$$

且 X 与 Y 相互独立.

求：（1） X 的概率密度 $f_X(x)$；（2） (X, Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（3） $P\{X+Y\leqslant 1\}$.

29. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(100,0.9)$， $Y\sim N(0,4^2)$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$，设 $Z=\frac{X}{3}-\frac{Y}{2}$.

求：（1） $D(Z)$；（2） ρ_{XZ} .

五、应用题：本题 10 分。

30. 黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0.618 的矩形，这种矩形会给人比较舒适的视觉感．设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值” $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从一批产品中随机抽查 9 件测其“比值”，并计算得样本均值 $\bar{x}=0.614$，样本标准差 $s=0.036$．试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计？

（附： $\alpha=0.05, t_{0.025}(8)=2.306$ ）.