

7. 下列谓词恒等式,不正确的是

- A. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall x Q(x)$
- B. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
- C. $\forall x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \forall x Q(x)$
- D. $\exists x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \exists xQ(x)$

8. 下列度数列中,不能构成简单无向图的是

- A. $\{1,1,1,2,3\}$
- B. $\{1,2,2,3\}$
- C. $\{6,2,2,2,4\}$
- D. $\{3,3,3,3\}$

9. 设 $A = \{3z \mid z \in \mathbb{Z}\}$, 运算为实数加法 $+$ 和乘法 $*$, 则 $\langle A, +, * \rangle$ 构成的代数系统是

- A. 环
- B. 整环
- C. 域
- D. 格

10. 集合 A 上的自反关系 R 的关系矩阵为 M , 则 M 的元素必定

- A. 对角线上全是 0
- B. 关于反对角线对称
- C. 关于对角线对称
- D. 对角线上全是 1

11. 已知 A, B, C, D 是任意集合, 则下列各式成立的是

- A. $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$
- B. $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$
- C. $(A \oplus B) \times (C \oplus D) = (A \times C) \oplus (B \times D)$
- D. $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$

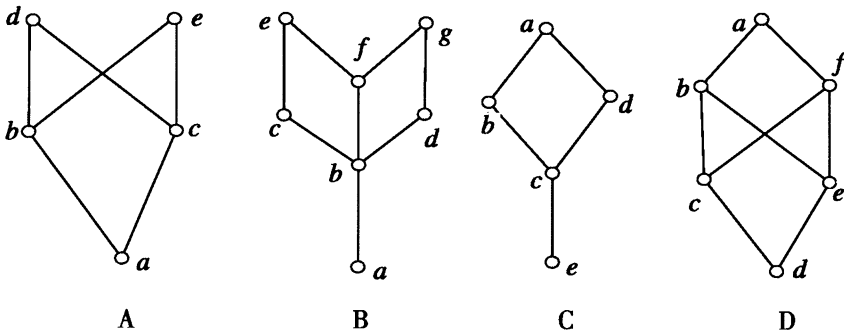
12. 要从完全图 K_4 中得到一棵生成树, 需要删除的边数为

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

13. 设有集合 A 上的关系 R_1 和 R_2 , 下列命题为真的是

- A. 若关系 R_1 和 R_2 是自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是自反的
- B. 若关系 R_1 和 R_2 是对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是对称的
- C. 若关系 R_1 和 R_2 是传递的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是传递的
- D. 若关系 R_1 和 R_2 是反自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是反自反的

14. 下图中 4 个偏序集的图形, 能构成格的是



15. 设有穷集合 A 的元素个数为 m , 则 A 到 A 的不同单射函数的个数为

- A. $m!$
- B. m^m
- C. m^2
- D. $2m$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 设集合 A 上的关系 $R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle \}$, $R_2 = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle \}$, 则 $R_1 \circ R_2 =$ _____, $R_2 \circ R_1 =$ _____。
17. 设 R 为实数集合, $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 3x - 1$, 则 $f(1) =$ _____, 函数 f 是 _____ 射函数。
18. 自然数集合 N 上的关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N, x + 2y = 10 \}$, 则 $\text{dom } R =$ _____, $R^{-1} =$ _____。
19. 一个连通平面图中,有 6 个顶点和 9 条边,其平面表示中共有 _____ 个面。
20. 设论域为整数集,命题公式 $\forall x(x^2 \geq x)$ 的真值为 _____, 命题公式 $\forall x \exists y(x^2 + y^2 = 6)$ 的真值为 _____。
21. 一个 n 阶无向简单图 G , 它的边最多有 _____ 条。
22. 一棵 5 阶无向树 T , 其非同构的树共有 _____ 棵。
23. 设集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $\forall x, y \in A, x * y = (x + y) \bmod 6$, 则群 $\langle A, * \rangle$ 的单位元是 _____, 任意非单位元的元素 x 的逆元是 _____。
24. 一个 n 阶连通图 G , 则其关联矩阵的非零元素个数最少为 _____ 个。
25. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{a, b, c, d, e\}$, $P(B)$ 为 B 的幂集, 则 $|A \times B| =$ _____, 而 $|P(B) \times A| =$ _____。

三、计算题:本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

26. 用真值表法判断命题公式

$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$ 是重言式。

27. 求命题公式 $(\neg P \vee R) \wedge (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$ 的主析取范式。

28. 对于实数集合 R , 下表所列的二元运算是否具有左边一列中的那些性质, 填写下表(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”。将题 28 表绘制在答题纸上作答。)

题 28 表

运算 性质	$\max(x, y)$	$\min(x, y)$	$ x - y $
可结合性			
可交换性			

29. 画出下列集合关于整除关系的哈斯图：

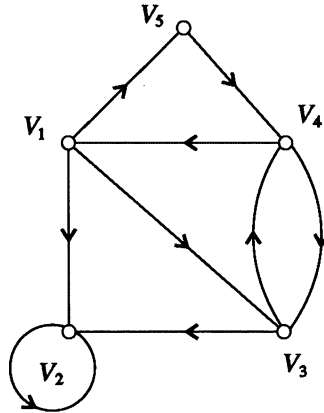
$\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

并判定该偏序集是否构成格。

30. 有向图 D 如题 30 图所示, 回答以下问题

(1) 写出 D 的邻接矩阵 A ;

(2) D 中长度为 1、2、3、4 的通路各有多少条? 其中回路分别为多少条?



题 30 图

四、证明题: 本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分。

31. 设有正整数的序偶集合 A , 在 A 上定义的二元关系 R 如下:

$\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \in R$, 当且仅当 $xv = yu$

证明: R 是一个等价关系。

32. 证明:

$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$ 是永真式。

33. 设图 G 中有 n 个结点, m 条边, 其中有 n_k 个结点的度数为 k , 其余结点的度数均为 $k+1$ 。

证明: $n_k = (k+1)n - 2m$

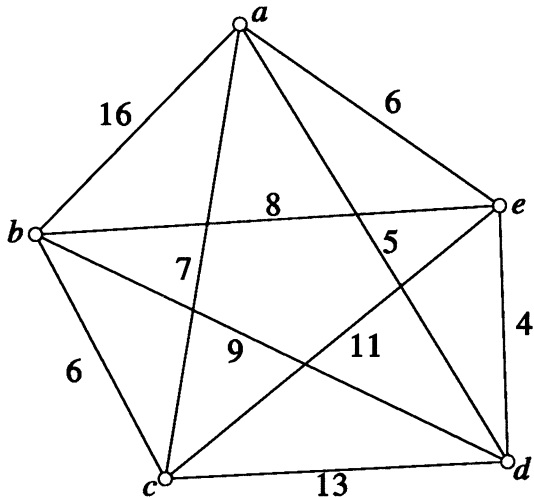
五、综合应用题: 本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分。

34. 对集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 上的划分 $S = \{\{1, 3, 5\}, \{2, 6\}, \{4\}\}$

(1) 写出该划分对应的二元关系 R 的集合表达式;

(2) 画出关系 R 的关系图。

35. 某开发区有新建的 5 个工厂,相互之间的距离由下图表示(单位为千米)



题 35 图

现要架设供电线路,在保障每个工厂能送电的情况下,请找出最短的供电线路铺设方案,并计算出该方案的线路长度。