绝密 ★ 考试结束前

2023年10月高等教育自学考试

概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设A,B为随机事件,则$\overline{AB}=$

A. $\overline{A}\cap\overline{B}$　　B. $A\cap\overline{B}$　　C. $\overline{A}\cap B$　　D. $\overline{A}\cup\overline{B}$

2. 设A,B是事件,且$P(A)=0.4$, $P(A\overline{B})=0.3$,则$P(B|A)=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

3. 设随机变量$X\sim N(-3,2)$,则下列随机变量服从标准正态分布的是

A. $\frac{X+3}{2}$　　B. $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$　　C. $\frac{X-3}{2}$　　D. $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$

4. 设随机变量X的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{4} & c & 2c \end{array}$,则$P\{X\geqslant 1\}=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

5. 设X服从区间$[0,3]$上的均匀分布,则$P\{|X|<1\}=$

A. 0　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

6. 设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

则$P\{Y-X \geqslant 1\}=$

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

7. 设随机变量X与Y相互独立，且分别服从参数为2与3的泊松分布，则$P\{X+Y=0\}=$

A. e^{-5}　　B. e^{-3}　　C. e^{-2}　　D. e^{-1}

8. 设随机变量X与Y相互独立，且$D(X)=3$，$D(Y)=2$，则$D(2X-Y)=$

A. 4　　B. 8　　C. 14　　D. 16

9. 设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	2	3
0	0.2	0
1	0.3	0.5

则$E(XY)=$

A. 0.8　　B. 1.5　　C. 2.1　　D. 2.5

10. 设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自X的样本，其中σ^2未知，$\bar{X}$与S^2分别是样本均值和样本方差，检验假设$H_0:\mu=1;H_1:\mu\neq 1$，采用的检验统计量为

A. $\dfrac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$　　B. $\dfrac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$　　C. $\dfrac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$　　D. $\dfrac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11. 设A,B是随机事件,则随机事件“A,B中至少有一个发生”表示为________.

12. 盒中有3个白球，2个红球，若不放回地随机取出两球，则第二次才取到白球的概率是________.

13. 设事件A与B相互独立，$P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，则$P(A\cup B)=$________.

14．设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，

则 $F(1.5)=$________.

15．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 则常数 $c=$________.

16. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $P\{X>1\}=\mathrm{e}^{-1}$，则 $P\{X>3\}=$________.

17．设随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X,Y 相互独立，则二维随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=$________.

18．设随机变量 $X\sim N(2,4)$，且 $Y=3-2X$，则 $D(Y)=$________.

19．设随机变量 $X\sim B(16,0.5)$，随机变量 Y 服从参数为 9 的泊松分布，

则 $E(X-2Y+1)=$________.

20．已知 $E(X)=2$，$E(Y)=2$，$E(XY)=4$，则 X,Y 的协方差 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$________.

21．设 $X\sim B(100,0.4)$，则利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X-40|\geqslant 6\}\leqslant$________.

22．设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的样本，若 $\hat{\mu}=3aX_1+aX_2-X_3$ 是 X 的期望 μ 的无偏估计，则常数 $a=$________.

23．设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，

则 $E(\bar{X})=$________.

24．设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本值，其样本均值 $\bar{x}=3$，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda}=$________.

25．设总体 $X\sim N(\mu,16)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，欲检验假设：$H_0:\mu=\mu_0$;$H_1:\mu\neq\mu_0$，则采用检验统计量的表达式为________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．据统计某仪器在 A，B，C 三种不同状态下工作时间比例为 7 : 2 : 1，且发生故障的概率分别为 $0.01,0.02,0.04$.

求：（1）该仪器发生故障的概率；

（2）当仪器发生故障时，恰在状态 B 下工作的概率.

27. 设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0,y>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

（1）求(X,Y)的边缘概率密度；

（2）判断X与Y是否相互独立？为什么？

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量X服从区间$[0,1]$上的均匀分布，随机变量Y的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0, \\ 0, & y\leqslant 0, \end{cases}$$

且X与Y相互独立.

求：（1）X的概率密度$f_X(x)$；（2）$(X,\ Y)$的概率密度$f(x,y)$；（3）$P\{X+Y\leqslant 1\}$.

29. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} c, & -3\leqslant x\leqslant 3, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

求：（1）常数c；（2）$P\{|X|\leqslant 2\}$；（3）$E(X),D(X)$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为0.618的矩形，这种矩形会给人比较舒适的视觉感. 设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值”$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从一批产品中随机抽查 9 件测其“比值”，并计算得样本均值$\bar{x}=0.614$，样本标准差$s=0.036$. 试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计？

（附：$\alpha=0.05,t_{0.025}(8)=2.306$）.